

직육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 알아볼까요

학습 목표

- 직육면체의 겉넓이를 구하는 여러 가지 방법을 찾아 식으로 나타내고 설명할 수 있다.
- 직육면체와 정육면체의 겉넓이를 구할 수 있다.

수업의 흐름

도입 직육면체의 겉넓이 개념 이해하기

전개 • 여러 가지 방법으로 직육면체의 겉넓이 구하기
• 전개도를 이용하여 직육면체의 겉넓이 구하기
• 정육면체의 겉넓이를 구하는 방법 알아보기

정리 두 상자의 겉넓이 비교하기

준비물

직육면체 모형 또는 직육면체 모양 상자	교사용 2개, 모둠별 2개()
-----------------------	-------------------

과자 상자의 겉넓이 비교하기

과자 공장에 다니고 있는 준기의 삼촌은 새로운 과자 출시를 앞두고 고민이 많았어요. 직원들이 과자 포장에 위해 두 과자 상자를 제시했는데 제시한 두 과자 상자 중 어떤 과자 상자를 사용해서 과자를 포장해야 할지 정하지 못했기 때문이죠.

“부피가 같은 상자 중에서 겉넓이가 작은 상자를 사용하면 비용도 절감하고, 지구 환경에도 좋을 텐데……. 두 상자 중 어떤 상자의 겉넓이가 더 작을까?”

삼촌의 고민을 들은 준기와 친구들은 겉넓이가 무엇인지 궁금했어요. “상자의 겉넓이요? 넓이는 무엇인지 알지만 겉넓이는 처음 들어요.” 삼촌은 준기와 친구들에게 겉넓이를 설명해 주었어요.

“겉넓이란 물체 겉면의 넓이를 말한단다.”

삼촌의 설명으로 준기와 친구들은 겉넓이에 대해 더 생각해 볼 수 있었어요.

“그럼 과자 상자는 직육면체 모양이니까 직육면체의 겉넓이를 구하면 되겠다.”

“직육면체는 면이 6개이니까 직육면체의 겉넓이는 직육면체 여섯 면의 넓이의 합을 뜻하겠네요.”

준기와 친구들은 두 과자 상자의 겉넓이를 비교하기 위해 직육면체의 겉넓이를 어떻게 구할 수 있는지 탐구해 보기로 했어요.

“겉넓이를 쉽게 구할 수 있는 방법을 함께 생각해 보자.”

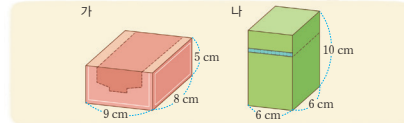
“그래, 우리가 두 상자의 겉넓이를 구해서 삼촌의 고민을 해결해 보자.”

- 직육면체 가와 나의 부피를 구해 보세요.
 - 직육면체 가의 부피는 $9 \times 8 \times 5 = 360$ (cm³)입니다.
 - 직육면체 나의 부피는 $6 \times 6 \times 10 = 360$ (cm³)입니다.
- 직육면체의 겉넓이는 무엇을 뜻하나요?
 - 직육면체의 겉면의 넓이입니다.
 - 직육면체 여섯 면의 넓이의 합입니다.



직육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 알아볼까요

부피가 같은 직육면체 모양 상자 중에서 겉넓이가 작은 상자를 고르려고 합니다. 어떤 상자를 고르면 좋을지 생각해 봅시다.



- 두 직육면체의 부피를 구해 보세요.
 - 예 가: $9 \times 8 \times 5 = 360$ (cm³), 나: $6 \times 6 \times 10 = 360$ (cm³)
두 직육면체 가와 나의 부피가 같습니다.
- 두 직육면체의 겉넓이를 비교해 보세요. 눈으로 비교해 보았을 때 어느 직육면체의 겉넓이가 더 작아 보이나요?
 - 예 직육면체 나의 겉넓이가 더 작아 보입니다.

126 수학 6-1

• 삼촌이 겉넓이가 작은 상자를 고르려는 이유는 무엇인가요?

- 포장지를 아끼기 위해서입니다.
- 지구 환경을 보호하기 위해서입니다.

• 두 직육면체의 겉넓이를 비교해 보세요. 눈으로 비교해 보았을 때 어느 직육면체의 겉넓이가 더 작아 보이나요?

- 직육면체 가의 겉넓이가 더 작아 보입니다.
- 직육면체 나의 겉넓이가 더 작아 보입니다.
- 눈으로 비교하기 어려워 잘 모르겠습니다.

• 비교한 방법을 말해 보세요.

- 직육면체의 가로와 세로를 비교해 보았습니다.
- 직육면체의 한 면을 맞대어 보았습니다.
- 높이를 맞대어 보았습니다.

활동 1은 두 직육면체의 겉넓이를 구체적으로 구해 겉넓이를 계산하여 비교하기보다는 겉넓이의 의미를 이해하고 부피가 같은 두 상자의 겉넓이를 비교해야 하는 상황을 제공하는 데 초점을 둔다.

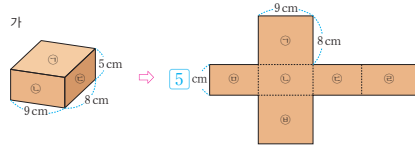
겉넓이를 눈으로 비교하기 어려운 두 상자를 실물로 제시하여 활용할 수 있다.

두 상자의 겉넓이를 눈으로 비교하고, 비교한 방법을 말해 보는 활동을 함으로써 수치를 이용한 식을 통해 겉넓이를 구해야 할 필요성을 느끼게 한다.

활동 1에 제시된 직육면체 가와 나의 활동 2와 활동 3에 각각 제시되어 두 직육면체를 이용해 겉넓이를 구하는 방법을 탐구하고, 각 직육면체의 겉넓이를 구하게 된다.

★ 전자 저작물의 자료를 활용하세요.

2 직육면체 가의 겉넓이를 여러 가지 방법으로 구해 보세요.



• 직육면체 가의 겉넓이를 구하는 여러 가지 방법을 말해 보세요.



예 합동인 면이 3쌍이므로 세 면의 넓이(㉠, ㉡, ㉢)를 구해 각각 2배 한 뒤 더합니다. $\Rightarrow ㉠ \times 2 + ㉡ \times 2 + ㉢ \times 2$

• 직육면체 가의 겉넓이를 구하는 방법을 식으로 나타내고, 겉넓이를 구해 보세요.

방법 1 ㉠ + ㉡ + ㉢ + ㉣ + ㉤ + ㉥

$= (9 \times 8) + (9 \times 5) + (8 \times 5) + (9 \times 5) + (8 \times 5) + (9 \times 8)$

$= 314 \text{ (cm}^2\text{)}$

방법 2 예 $(9 \times 8) \times 2 + (9 \times 5) \times 2 + (8 \times 5) \times 2 = 314 \text{ (cm}^2\text{)}$

• 어떤 방법이 더 간편한지 친구들과 이야기해 보세요.

예 직육면체의 합동인 면이 3쌍임을 이용하는 것이 간편합니다.

6. 직육면체의 부피와 겉넓이 127

2 여러 가지 방법으로 직육면체의 겉넓이 구하기

과정 중심 평가

• 직육면체 가의 겉넓이를 구하기 위해 직육면체의 겉넓이를 구하는 여러 가지 방법을 생각해 보고 그 방법을 말해 보세요.

- 여섯 면의 넓이를 각각 구해 모두 더합니다.
 $\Rightarrow ㉠ + ㉡ + ㉢ + ㉣ + ㉤ + ㉥$
- 합동인 면이 3쌍이므로 세 면의 넓이(㉠, ㉡, ㉢)를 구해 각각 2배 한 뒤 더합니다.
 $\Rightarrow ㉠ \times 2 + ㉡ \times 2 + ㉢ \times 2$
- 합동인 면이 3쌍이므로 세 면의 넓이(㉠, ㉡, ㉢)의 합을 구한 뒤 2배 합니다.
 $\Rightarrow (㉠ + ㉡ + ㉢) \times 2$
- 두 밑면의 넓이와 옆면의 넓이를 더합니다.
(한 밑면의 넓이) $\times 2$ + (옆면의 넓이)
 $\Rightarrow ㉠$ 이나 $㉡$ 의 넓이를 구하고, $㉣$, $㉤$, $㉥$ 을 하나의 직사각형으로 보고 넓이를 구한 뒤 더합니다.
 $\Rightarrow ㉠ \times 2 + (㉣ + ㉤ + ㉥)$

- ▶ 학생들이 직육면체의 겉넓이를 구하는 여러 가지 방법을 스스로 발견하고 자신이 생각한 방법에 대해 친구들과 의견을 나눌 수 있도록 한다.
- ▶ 학생들이 자신이 생각한 겉넓이를 구하는 방법을 친구들에게 설명할 때, 각 면을 나타내는 기호를 사용하여 쉽게 의사소통을 할 수 있음을 깨달을 수 있도록 한다.
- ▶ 학생들이 합동인 면이 3쌍임을 이용하여 겉넓이를 구할 때, 합동인 면들이 서로 마주 보므로 한 꼭짓점에서 만나는 세 면의 넓이를 합한 뒤 2배 하면 겉넓이를 구할 수 있다는 것을 교사의 발문을 통해 스스로 깨달을 수 있도록 한다.

+ 수학 교과 역량

『수학』에서 이런 교과 역량을 지도할 수 있어요

2 여러 가지 방법으로 직육면체의 겉넓이 구하기

문제 해결 추론 의사소통

- 직육면체의 겉넓이를 구하는 여러 가지 방법을 생각하는 과정에서 문제 해결 전략을 탐색해 봄으로써 문제 해결 능력을 기를 수 있다.
- 이전에 알고 있던 수학적 지식과 기능을 활용하여 직육면체의 겉넓이를 구하는 활동을 통해 추론 능력을 기를 수 있다.
- 직육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 친구들과 논의하는 과정에서 각 면을 나타내는 기호를 사용하여 대상을 간결하고 명확하게 표현할 수 있음을 깨달을 수 있으며 의사소통 능력을 기를 수 있다.

• 직육면체 가의 겉넓이를 구하는 방법을 식으로 나타내고, 겉넓이를 구해 보세요.

- 여섯 면의 넓이를 각각 구해 모두 더합니다.
 $\Rightarrow ㉠ + ㉡ + ㉢ + ㉣ + ㉤ + ㉥$
 $\Rightarrow (9 \times 8) + (9 \times 5) + (8 \times 5) + (9 \times 5) + (8 \times 5) + (9 \times 8)$
 $= 314 \text{ (cm}^2\text{)}$
- 합동인 면이 3쌍이므로 세 면의 넓이(㉠, ㉡, ㉢)를 구해 각각 2배 한 뒤 더합니다.
 $\Rightarrow ㉠ \times 2 + ㉡ \times 2 + ㉢ \times 2$
 $\Rightarrow (9 \times 8) \times 2 + (9 \times 5) \times 2 + (8 \times 5) \times 2 = 314 \text{ (cm}^2\text{)}$
- 합동인 면이 3쌍이므로 세 면의 넓이(㉠, ㉡, ㉢)의 합을 구한 뒤 2배 합니다.
 $\Rightarrow (㉠ + ㉡ + ㉢) \times 2$
 $\Rightarrow (9 \times 8 + 9 \times 5 + 8 \times 5) \times 2 = 314 \text{ (cm}^2\text{)}$
- 두 밑면의 넓이와 옆면의 넓이를 더합니다.
(한 밑면의 넓이) $\times 2$ + (옆면의 넓이)
 $\Rightarrow ㉠$ 이나 $㉡$ 의 넓이를 구하고, $㉣$, $㉤$, $㉥$ 을 하나의 직사각형으로 보고 넓이를 구한 뒤 더합니다.
 $\Rightarrow ㉠ \times 2 + (㉣, ㉤, ㉥)$
 $\Rightarrow (9 \times 8) \times 2 + (8 + 9 + 8 + 9) \times 5 = 314 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\Rightarrow (9 \times 8) \times 2 + \{(8 + 9) \times 2\} \times 5 = 314 \text{ (cm}^2\text{)}$

• 직육면체의 겉넓이를 구하는 여러 가지 방법 중 간편한 방법은 무엇인지 친구들과 이야기해 보세요.

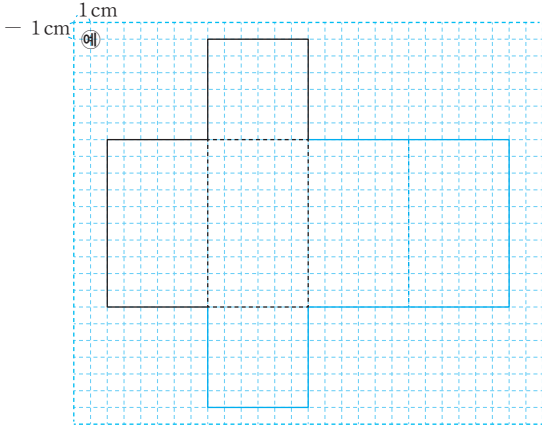
- 직육면체의 합동인 면이 3쌍임을 이용하면 쉽게 구할 수 있습니다.
- 직육면체의 합동인 면이 3쌍이라는 성질을 이용할 때, 한 꼭짓점에서 만나는 세 면의 넓이를 더한 뒤 2배를 하나까 간편했습니다.
- 전개도를 이용하여 한 밑면의 넓이를 2배 하고, 옆면의 넓이를 더하면 쉽게 구할 수 있습니다.
- 옆면의 넓이를 구할 때 가로로 하나씩 더하는 것보다 두 모서리의 길이를 더한 후 2배를 하나까 더 간편했습니다.

▶ 자유로운 토의·토론 활동을 하여 학생들이 직육면체의 겉넓이를 구하는 쉽고 간편한 방법을 발견할 수 있도록 한다.

★ 전자 저작물의 자료를 활용하세요.

전개도를 이용하여 직육면체의 겉넓이를 구하기

- 직육면체 나 의 전개도를 모눈종이에 그려 보세요.



- 직육면체 나 의 겉넓이를 구하는 방법을 식으로 나타내고, 겉넓이를 구해 보세요.

- 여섯 면의 넓이를 각각 구해 모두 더합니다.

$$\Rightarrow (6 \times 6) + (6 \times 6) + (6 \times 10) + (6 \times 10) + (6 \times 10) + (6 \times 10) = 312 \text{ (cm}^2\text{)}$$
- 직육면체 가에서 구했던 것처럼 합동인 면이 3쌍임을 이용합니다.

$$\Rightarrow (6 \times 6) \times 2 + (6 \times 10) \times 2 + (6 \times 10) \times 2 = 312 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\Rightarrow (6 \times 6 + 6 \times 10 + 6 \times 10) \times 2 = 312 \text{ (cm}^2\text{)}$$
- 직육면체 나 의 옆면이 모두 합동임을 이용하여 겉넓이를 구합니다.

$$\Rightarrow (6 \times 6) \times 2 + (6 \times 10) \times 4 = 312 \text{ (cm}^2\text{)}$$
- 두 밑면의 넓이와 옆면의 넓이를 더합니다. (한 밑면의 넓이) $\times 2$ + (옆면의 넓이)

$$\Rightarrow (6 \times 6) \times 2 + (6 + 6 + 6 + 6) \times 10 = 312 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\Rightarrow (6 \times 6) \times 2 + (6 \times 4) \times 10 = 312 \text{ (cm}^2\text{)}$$

직육면체의 특별한 경우인 밑면이 정사각형이고 높이가 정사각형의 한 변의 길이와 다른 직육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 학생 스스로 발견하고 발견한 방법으로 해결할 수 있도록 한다.

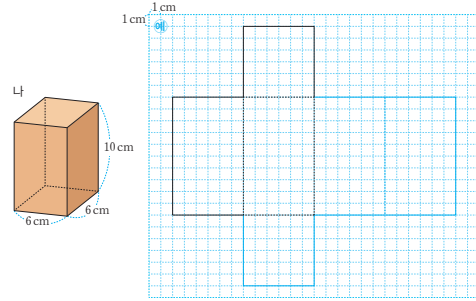
- 친구들의 방법과 비교해 보고 어느 것이 더 간편한지 말해 보세요.
 - 직육면체 나 는 밑면이 정사각형이므로 옆면이 모두 합동입니다. 따라서 옆면의 넓이가 모두 같다는 것을 이용하면 쉽게 구할 수 있습니다.
 - 전개도를 이용하여 한 밑면의 넓이를 2배 하고, 옆면의 넓이를 합하면 쉽게 구할 수 있습니다.

학생들이 정답을 찾아내는 것에서 더 나아가 친구들에게 자신의 생각을 수학적으로 전달하려고 하는 태도, 자신과 친구들의 해결 과정과 결과를 비교하고, 검토함으로써 더 나은 방법을 추구하려는 태도를 기를 수 있다.

- 직육면체 가와 나 중에서 겉넓이가 더 작은 상자는 무엇인가요?
 - 직육면체 가의 겉넓이는 314 cm^2 , 직육면체 나 의 겉넓이는 312 cm^2 이므로 직육면체 나 의 겉넓이가 더 작습니다.
- 준기의 삼촌은 과자를 포장할 때 어떤 상자를 골라야 포장지를 아낄 수 있을까요?
 - 겉넓이가 더 작은 직육면체 나 를 골라야 포장지를 아낄 수 있습니다.

- 전개도를 이용하여 직육면체 나 의 겉넓이를 구해 봅시다.

- 직육면체 나 의 전개도를 모눈종이에 그려 보세요.



- 직육면체 나 의 겉넓이를 구하는 방법을 식으로 나타내고, 겉넓이를 구해 보세요.

예 방법1 $(6 \times 6) + (6 \times 6) + (6 \times 10) + (6 \times 10) + (6 \times 10) + (6 \times 10) = 312 \text{ (cm}^2\text{)}$

방법2 $(6 \times 6) \times 2 + (6 \times 10) \times 4 = 312 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 친구들의 방법과 비교해 보고 어떤 방법이 더 간편한지 말해 보세요.
 - 직육면체 나 의 밑면이 정사각형이므로 옆면의 넓이가 모두 같다는 것을 이용하면 쉽게 구할 수 있습니다.
 - 직육면체 가와 나 중에서 겉넓이가 더 작은 상자는 어느 것인가요? 나

128 수학 6-1

활동 2와 활동 3에서 구했던 두 직육면체의 겉넓이를 비교해 보으로써, 단원 도입과 활동 1에서 제시된 문제를 해결할 수 있도록 한다.

★ 전자 저작물의 자료를 활용하세요.

정육면체의 겉넓이를 구하는 방법 알아보기

- 정육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 식으로 나타내고, 겉넓이를 구해 보세요.
 - 정육면체의 한 면의 넓이가 $2 \times 2 = 4 \text{ (cm}^2\text{)}$ 이므로 정육면체의 겉넓이는 $4 \times 6 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$ 입니다.
- 한 모서리의 길이가 8 cm인 정육면체의 겉넓이는 얼마인가요?
 - 정육면체의 한 면의 넓이가 $8 \times 8 = 64 \text{ (cm}^2\text{)}$ 이므로 정육면체의 겉넓이는 $64 \times 6 = 384 \text{ (cm}^2\text{)}$ 입니다.
- 정육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 말해 보세요.
 - 정육면체의 여섯 면의 넓이를 각각 구해 모두 더합니다.
 - 정육면체는 여섯 면의 넓이가 모두 같으므로 한 면의 넓이를 6배 합니다.
- 정육면체의 겉넓이 구하는 방법을 ‘한 모서리의 길이’를 사용하여 식으로 나타내어 보세요.
 - (정육면체의 겉넓이)

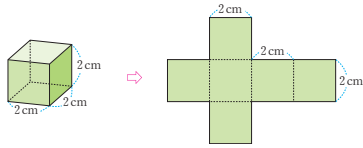
$$= (\text{한 모서리의 길이}) \times (\text{한 모서리의 길이}) \times 6$$

두 상자의 겉넓이 비교하기

- 두 상자 중 겉넓이가 더 큰 상자는 어느 것인가요?
 - 가의 겉넓이는 268 cm^2 이고, 나 의 겉넓이는 294 cm^2 이므로 나 의 겉넓이가 더 큼니다.

★ 전자 저작물의 형성 평가를 활용하세요.

4 정육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 알아봅시다.



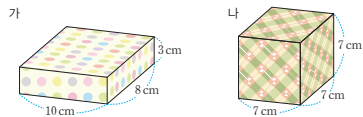
- 정육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 식으로 나타내고, 겉넓이를 구해 보세요.

예 $2 \times 2 \times 6 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 한 모서리의 길이가 8 cm인 정육면체의 겉넓이는 몇 cm^2 인가요? 384 cm^2
- 정육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 말해 보세요.
예 정육면체는 여섯 면의 넓이가 모두 같으므로 한 면의 넓이를 6배 합니다.
- 정육면체의 겉넓이 구하는 방법을 '한 모서리의 길이'를 사용하여 식으로 나타내어 보세요.

(정육면체의 겉넓이) = (한 모서리의 길이) \times (한 모서리의 길이) \times (6)

5 두 상자 중 겉넓이가 더 큰 상자는 어느 것인지 찾아봅시다. 나



6. 직육면체의 부피와 겉넓이 129

+ 2에서 과정 중심 평가를 해 볼까요

평가 방법	평가 도구
지필, 관찰, 구술	수학적, 전자 저작물 형성 평가

학습 정보	지도 방안 예시
직육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 잘 찾고 그 과정을 식으로 잘 나타내는 경우	자신이 찾은 방법 이외에 직육면체의 겉넓이를 구하는 다양한 방법을 생각해 보게 한다. 또 식으로 나타내어 계산했을 때, 직육면체의 겉넓이를 구하는 다양한 방법 중 어떤 방법이 가장 간편한지 생각해 보게 한다.
직육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 찾을 수 있지만, 그 과정을 식으로 잘 나타내지 못하는 경우	직육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 각 면을 나타내는 기호를 사용해서 간단한 식으로 나타낼 수 있도록 한다. 그 다음 직사각형의 넓이를 구하는 방법을 떠올리게 하고, 기호가 가리키는 각 면의 넓이를 식으로 나타내어 식을 완성하게 한다.
직육면체의 겉넓이를 구하는 여러 가지 방법을 찾지 못하는 경우	직사각형의 넓이를 구하는 방법을 떠올려 직육면체의 여섯 면의 넓이를 구해 보도록 한다. 이 여섯 면의 넓이를 비교해 보며 합동인 면이 3쌍임을 알게 하고, 이를 이용하여 직육면체의 겉넓이를 구할 수 있도록 한다.

+ 수학 교과 역량

『수학』에서 이런 교과 역량을 지도할 수 있어요

5 전개도를 이용하여 직육면체의 겉넓이 구하기

의사소통 태도 및 실천

- 문제의 답을 구하는 것에서 더 나아가 결과에 이르는 과정을 검토하고 해결 과정을 비교하여 더 나은 방법을 찾아보는 활동을 통해 자주적 수학 학습 태도를 기를 수 있다.
- 직육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 친구들과 비교해 보고 어느 것이 더 간편한지 이야기하는 활동을 통해 의사소통 능력을 기를 수 있다.

4 정육면체의 겉넓이를 구하는 방법 알아보기

추론 태도 및 실천

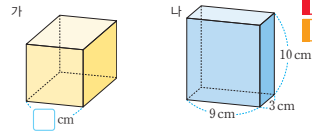
- 직육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 바탕으로 정육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 추론하고, 자신의 추론 과정을 반성하는 경험을 통해 추론 능력을 기를 수 있다.
- 정육면체의 겉넓이를 구하는 방법을 식으로 나타낸 경험을 발전시켜 문제 장면을 학생이 스스로 식으로 표현하려는 태도 및 실천 능력을 기를 수 있다.

『수학 익힘』의 교과 역량 문항 살펴보기 『수학 익힘』 89쪽

5 정육면체 가의 겉넓이는 직육면체 나와 같습니다. 이것을 이용하여 정육면체 가의 한 모서리의 길이가 몇 cm인지 풀이 과정을 쓰고 답을 구해 보세요.

문제 해결

추론 의사소통



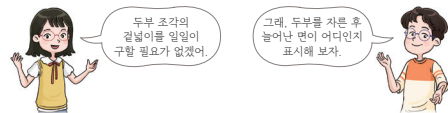
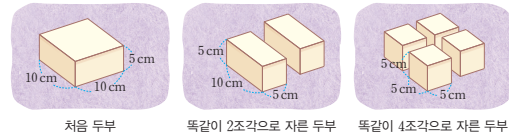
풀이

예 직육면체 나와 겉넓이는 $(9 \times 3 + 3 \times 10 + 9 \times 10) \times 2 = 294 \text{ (cm}^2\text{)}$ 입니다. 정육면체 가의 한 면의 넓이가 $294 \div 6 = 49 \text{ (cm}^2\text{)}$ 이므로 정육면체 가의 한 모서리의 길이는 7 cm입니다.

답 7 cm

- 직육면체와 겉넓이가 같은 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하는 활동에서 문제 해결, 추론, 의사소통 능력을 기를 수 있다.

6 두부를 똑같이 2조각으로 자르면 두부 2조각의 겉넓이의 합은 처음 두부의 겉넓이보다 100 cm^2 늘어납니다. 두부를 똑같이 4조각으로 자르면 두부 4조각의 겉넓이의 합은 처음 두부의 겉넓이보다 얼마나 늘어나는지 구해 보세요. 문제 해결 추론



(200) cm^2

- 직육면체를 등분할 때 직육면체의 겉넓이가 처음 직육면체의 겉넓이보다 얼마나 늘어나는지 구하는 활동에서 문제 해결과 추론 능력을 기를 수 있다.