

4

약분과 통분

단원 개관

크기가 같은 분수를 만드는 활동인 약분과 통분은 여러 가지 분모로 표현되는 다양한 분수를 비교하고 나아가 연산을 함에 있어 기본적인 중요한 개념이 된다. 즉 크기가 같은 분수를 이해하고 이를 통하여 약분과 통분이 가능함을 알게 되는 것이다. 약분은 분수를 나타내는 양을 변화시키지 않고 단순화함으로써 감각적으로 그 양을 쉽게 파악할 수 있게 해 주며, 분수의 곱셈 및 나눗셈에서 계산을 효과적으로 수행할 수 있게 해 준다. 또한 통분은 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈을 할 때 분모를 같게 만드는 것으로, 통분을 해야 두 분수를 쉽게 비교할 수 있다.

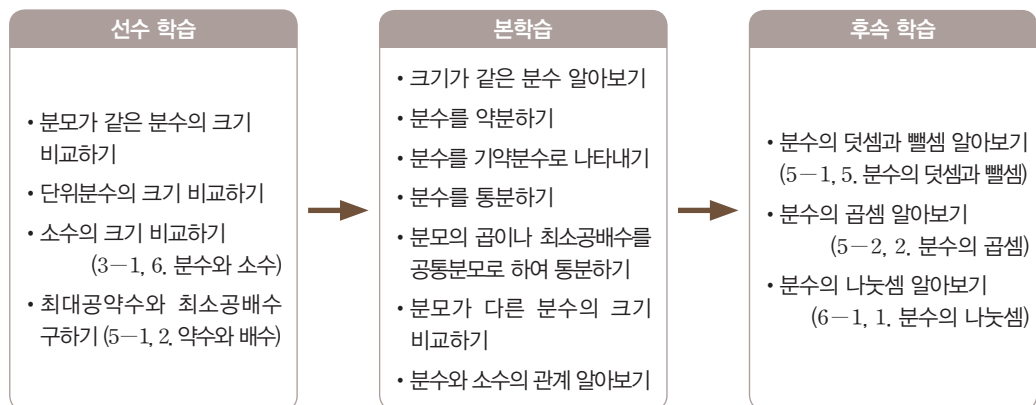
이 단원에서는 전 단원에서 학습한 약수, 배수, 공약수, 최대공약수, 공배수, 최소공배수를 바탕으로 크기가 같은 분수를 이해하고 만들어 보며, 크기가 같은 분수를 만드는 방법을 익혀서 분수의 약분과 통분을 할 수 있게 한다. 또 기약분수의 뜻을 알고 분수를 기약분수로 나타낼 수 있게 하며, 공통분모를 이해하고 분모가 다른 분수를 통분하여 크기를 비교할 수 있게 한다.

일상생활에서 분수의 약분과 통분이 활용되는 수학적 상황은 쉽게 찾아보기 어렵다. 그 이유는 분수의 약분과 통분이 분수가 가지고 있는 자릿값에 초점을 두기보다는 계산의 편리성을 위해 조작된 형태이기 때문이다. 그러나 약분과 통분은 후속 학습인 분수의 덧셈과 뺄셈을 위한 선행 학습 개념으로 중요한 의미를 가진다. 따라서 이 단원에서는 여러 가지 모델을 이용하여 크기가 같은 분수를 알아보고 분수의 크기를 비교해 봄으로써 약분과 통분의 필요성을 알아본다.

주의 사항

- 크기가 같은 분수를 직관적으로 이해하도록 지도한다.
- 기계적인 방법으로 크기가 같은 분수를 만들거나 통분하지 않도록 안내한다.

단원 학습 계열



교육과정

2015 개정 수학과 교육과정	
성취기준	<p>③ 분수의 덧셈과 뺄셈 [6수01-05] 분수의 성질을 이용하여 크기가 같은 분수를 만들 수 있다. [6수01-06] 분수를 약분, 통분할 수 있다. [6수01-07] 분모가 다른 분수의 크기를 비교할 수 있다.</p> <p>⑤ 분수와 소수 [6수01-12] 분수와 소수의 관계를 이해하고 크기를 비교할 수 있다.</p>

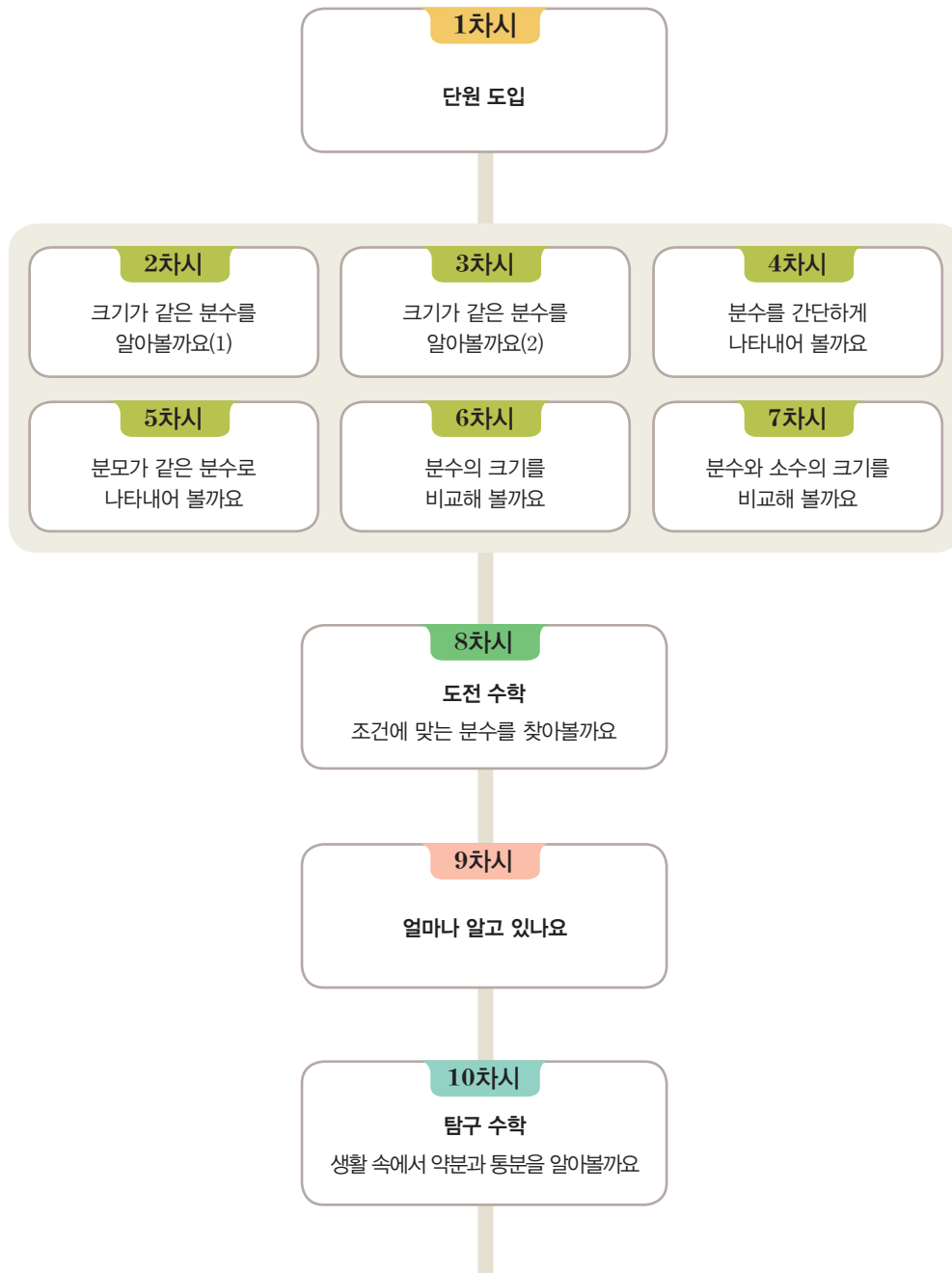
<교수·학습 방법 및 유의 사항>

- 분모가 다른 분수의 크기 비교에서 수 감각을 이용하여 추론하고 토론하는 활동을 하게 한다.
- 수와 연산 영역의 문제 상황에서 문제 해결 전략 비교하기, 주어진 문제에서 필요 없는 정보나 부족한 정보 찾기, 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기, 문제 해결 과정의 타당성 검토하기 등을 통하여 문제 해결 능력을 기르게 한다.

단원 학습 목표

영역	단원 학습 목표
내용	<ol style="list-style-type: none"> 크기가 같은 분수를 알 수 있다. 분수의 성질을 이용하여 크기가 같은 분수를 만들 수 있다. 분수를 약분할 수 있다. 분수를 약분하여 기약분수로 나타낼 수 있다. 분수를 통분할 수 있다. 분모가 다른 분수의 크기를 비교할 수 있다. 분수와 소수의 관계를 알고 분수를 소수로, 소수를 분수로 나타내어 크기를 비교할 수 있다.
교과 역량	<ol style="list-style-type: none"> 일상생활에서 찾을 수 있는 분모가 다른 두 분수를 살펴보고 크기가 같은 분수를 찾을 수 있다. 문제 해결 추론 의사소통 다양한 모델을 활용하여 크기가 같은 분수를 만들 수 있다. 문제 해결 추론 의사소통 다양한 정보를 처리하고 조작하는 활동을 통해 분수를 약분하고, 기약분수로 나타낼 수 있다. 문제 해결 추론 의사소통 정보 처리 일상생활 및 주변 현상에서 서로 비교할 수 있는 상황을 통해 통분할 수 있다. 문제 해결 추론 창의·융합 의사소통 두 분수 또는 세 분수를 일상생활 속 상황을 통해 통분하여 비교하고, 자신이 해결한 방법과 친구가 해결한 방법을 비교하여 설명할 수 있다. 문제 해결 추론 의사소통 분수와 소수의 관계를 이해할 수 있고, 분수와 소수의 크기를 비교하기 위해 적절한 해결 전략을 적용할 수 있다. 문제 해결 추론 정보 처리 통분을 활용한 문제에서 필요 없는 정보를 찾을 수 있고, 조건을 바꾸어 새로운 문제를 만들 수 있다. 문제 해결 의사소통 태도 및 실천 여러 가지 자료를 이용한 분수 문장을 만들 수 있고, 분자가 분모보다 1만큼 더 작은 분수들의 크기를 비교할 수 있다. 문제 해결 추론 정보 처리 태도 및 실천

단원의 흐름



크기가 같은 분수를 이해하고, 크기가 같은 분수를 만드는 방법을 익혀서 분수의 약분과 통분을 할 수 있게 한다. 또 기약분수의 뜻을 알고 분수를 기약분수로 나타낼 수 있게 하며, 공통분모를 이해하고 두 분모의 곱과 두 분모의 최소공배수를 이용하여 공통분모를 구할 수 있게 한다. 분모가 다른 분수를 통분하여 크기를 비교할 수 있게 하며, 분수를 소수로, 소수를 분수로 나타내어 분수와 소수의 크기를 비교할 수 있게 한다.

단원의 전개 계획

차시 「수학」 쪽수	주제	수업 내용 및 활동	교과 역량	준비물	「수학 익힘」 쪽수
1차시 64~65쪽	단원 도입	<ul style="list-style-type: none"> 단원 도입 그림을 보고 실생활에서 약분과 통분이 필요한 상황을 알아보고 흥미와 관심을 유발하게 한다. 분모가 다른 분수의 크기를 비교하기 위한 방법을 생각해 보게 한다. 			41쪽
2차시 66~67쪽	크기가 같은 분수를 알아볼까요(1)	<ul style="list-style-type: none"> 크기가 같은 분수를 이해하게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 의사소통 		42~43쪽
3차시 68~69쪽	크기가 같은 분수를 알아볼까요(2)	<ul style="list-style-type: none"> 분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하면 크기가 같은 분수를 만들 수 있다는 것을 이해하게 한다. 분모와 분자를 0이 아닌 같은 수로 나누면 크기가 같은 분수를 만들 수 있다는 것을 이해하게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 의사소통 		44~45쪽
4차시 70~71쪽	분수를 간단하게 나타내어 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 약분의 뜻을 알고, 약분하게 한다. 기약분수의 뜻을 알고, 기약분수로 나타내어 보게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 의사소통 정보 처리 		46~47쪽
5차시 72~73쪽	분모가 같은 분수로 나타내어 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 공통분모, 통분의 뜻을 이해하게 한다. 분모의 곱을 이용하여 통분하게 한다. 분모의 최소공배수를 이용하여 통분하게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 창의·융합 의사소통 		48~49쪽
6차시 74~75쪽	분수의 크기를 비교해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 분모가 다른 두 분수의 크기를 비교하게 한다. 분모가 다른 세 분수의 크기를 비교하게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 의사소통 		50~51쪽
7차시 76~77쪽	분수와 소수의 크기를 비교해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 분수를 소수로, 소수를 분수로 나타내어 크기를 비교하게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 정보 처리 		52~53쪽
8차시 78~79쪽	[도전 수학] 조건에 맞는 분수를 찾아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 분모가 다른 분수를 통분하여 분수의 크기를 비교하게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 의사소통 태도 및 실천 		
9차시 80~81쪽	[얼마나 알고 있나요]	<ul style="list-style-type: none"> 이 단원에서 배운 개념을 이용하여 다양한 상황에서 분수를 약분하고, 통분하게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 창의·융합 의사소통 태도 및 실천 		
10차시 82~83쪽	[탐구 수학] 생활 속에서 약분과 통분을 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 우리 주변에서 찾을 수 있는 정보를 이용하여 약분할 수 있는 분수 문장을 만들어 보게 한다. 분자가 분모보다 1만큼 더 작은 분수를 탐구하고, 크기를 비교하게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 정보 처리 태도 및 실천 		

단원 지도 유의 사항

- ① 분모가 다른 분수의 크기를 비교하려면 통분이 필요함을 알게 한다.
- ② 분모가 달라도 같은 크기를 나타내는 분수가 있음을 알게 한다.
- ③ 크기가 같은 분수를 이해하고, 분수의 성질인 “분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하거나 분모와 분자를 0이 아닌 같은 수로 나누어도 분수의 크기가 변하지 않는다.”를 스스로 찾아내어 정리할 수 있도록 한다.
- ④ 분모와 분자를 0이 아닌 같은 수로 나누어도 분수의 크기가 같음을 통해 약분의 의미를 파악할 수 있도록 한다.
- ⑤ 기약분수의 의미를 알고, 기약분수로 나타낼 수 있는 기회를 제공한다.
- ⑥ 분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱해도 분수의 크기가 같음을 통해 통분의 의미를 파악할 수 있도록 한다.
- ⑦ 분모의 곱이나 공배수, 최소공배수를 이용하여 통분할 수 있음을 알고, 통분할 수 있는 다양한 기회를 제공한다.
- ⑧ 분모가 다른 분수의 크기를 비교할 때 통분의 필요성을 느끼고, 통분을 하여 분모를 같게 만들어서 분수의 크기를 비교할 수 있도록 한다.

단원 학습 평가

영역	평가 내용	관련 차시	평가 방법
내용	1. 분수의 성질을 이용하여 크기가 같은 분수를 알 수 있는가?	2	관찰, 지필
	2. 분수의 성질을 이용하여 크기가 같은 분수를 만들 수 있는가?	3	관찰, 지필
	3. 분수의 성질을 이용하여 분수를 약분할 수 있는가?	4	관찰, 지필, 구술
	4. 분수를 약분하여 기약분수로 나타낼 수 있는가?	4	관찰, 지필
	5. 분수의 성질을 이용하여 분수를 통분할 수 있는가?	5	관찰, 지필, 구술
	6. 분모가 다른 분수의 크기를 비교할 수 있는가?	6	관찰, 지필
	7. 분수와 소수와의 관계를 알고 분수를 소수로, 소수를 분수로 나타내어 크기를 비교할 수 있는가?	7	관찰, 지필, 구술
교과 역량	1. 일상생활에서 찾을 수 있는 분모가 다른 두 분수를 살펴보고 크기가 같은 분수를 찾을 수 있는가? ■ 문제 해결 ■ 추론 ■ 의사소통	2	관찰, 지필, 구술
	2. 다양한 모델을 활용하여 크기가 같은 분수를 만들 수 있는가? ■ 문제 해결 ■ 추론 ■ 의사소통	3	관찰, 지필, 구술
	3. 다양한 정보를 처리하고 조작하는 활동을 통해 분수를 약분하고, 기약분수로 나타낼 수 있는가? ■ 문제 해결 ■ 추론 ■ 의사소통 ■ 정보 처리	4	관찰, 지필, 구술
	4. 일상생활 및 주변 현상에서 서로 비교할 수 있는 상황을 통해 통분할 수 있는가? ■ 문제 해결 ■ 추론 ■ 창의·융합 ■ 의사소통	5	관찰, 지필, 구술
	5. 두 분수 또는 세 분수를 일상생활 속 상황을 통해 통분하여 비교하고, 자신이 해결한 방법과 친구가 해결한 방법을 비교하여 설명할 수 있는가? ■ 문제 해결 ■ 추론 ■ 의사소통	6	관찰, 지필, 구술
	6. 분수와 소수의 관계를 이해할 수 있고, 분수와 소수의 크기를 비교하기 위해 적절한 해결 전략을 적용할 수 있는가? ■ 문제 해결 ■ 추론 ■ 정보 처리	7	관찰, 지필
	7. 통분을 활용한 문제에서 필요 없는 정보를 찾을 수 있고, 조건을 바꾸어 새로운 문제를 만들 수 있는가? ■ 문제 해결 ■ 의사소통 ■ 태도 및 실천	8	관찰, 지필, 구술
	8. 여러 가지 자료를 이용한 분수 문장을 만들 수 있고, 분자가 분모보다 1만큼 더 작은 분수들의 크기를 비교할 수 있는가? ■ 문제 해결 ■ 추론 ■ 정보 처리 ■ 태도 및 실천	10	관찰, 지필, 구술 동료 평가

과정 중심 평가 계획 – 5차시를 중심으로

1. 목표 및 방법

평가 목표	분모가 다른 분수를 분모의 곱과 분모의 최소공배수를 이용하여 통분할 수 있으며, 그 방법을 설명할 수 있다. 문제 해결 추론 창의·융합 의사소통
평가 방법	관찰, 지필

2. 수업 과정 및 평가 과제

수업 설계	주요 교수·학습 활동 개요	평가 계획	평가 방법
도입	<p>전 차시 상기 및 문제 상황 이해하기</p> <ul style="list-style-type: none"> • 지난 시간에 배운 내용 점검하기 • 학생들이 각 모둠별로 같은 크기의 텃밭에 각각 다른 넓이만큼 고구마를 심은 장면을 살펴보고 고구마를 심은 텃밭이 가장 넓은 모둠이 어느 모둠인지 예상해 보기 	<p>[선수 학습 확인]</p> <ul style="list-style-type: none"> • 분수의 분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하거나 분모와 분자를 0이 아닌 같은 수로 나누어 크기가 같은 분수를 만들 수 있는가? • 약분의 뜻을 알고 분수를 약분할 수 있는가? • 생활 속 문제 상황에서 분수 비교의 필요성을 찾을 수 있는가? 창의·융합 	3, 4차시에서의 관찰 또는 지필
전개	<p>통분의 필요성 알기</p> <ul style="list-style-type: none"> • 분모의 크기가 같을 때 분수의 크기를 비교하는 방법 말해 보기 • 분모의 크기가 다를 때 분수의 크기를 비교하는 방법 말해 보기 • 분모가 같은 분수를 짝 지어 보고, 분모들에는 어떤 특징이 있는지 이야기하기 • 분모의 크기가 다른 두 분수의 분모를 같게 만들기 위해서 두 분모를 서로 곱하기 • 분수 막대를 이용하여 분모가 같은 분수 만들기 	<p>[과정 평가 1]</p> <ul style="list-style-type: none"> • 크기가 같은 분수를 짝 짓고, 그 분모들에 어떤 특징이 있는지 말할 수 있는가? 추론 의사소통 <p>[과정 평가 2]</p> <ul style="list-style-type: none"> • 분수 막대를 이용하여 분모의 크기가 다른 두 분수의 크기를 비교할 수 있는가? 추론 의사소통 	관찰, 지필
	<p>두 분수 통분하기</p> <ul style="list-style-type: none"> • 두 분모의 곱을 공통분모로 하여 통분하기 • 두 분모의 최소공배수를 공통분모로 하여 통분하기 • 두 방법을 비교하여 각각 어떤 점이 좋은지 이야기하기 	<p>[과정 평가 3]</p> <ul style="list-style-type: none"> • 분모의 크기가 다른 두 분수를 통분하는 방법에 대해 설명하고, 각각의 방법이 어떤 점에서 좋은지 이야기할 수 있는가? 문제 해결 의사소통 	관찰
	<p>정리 및 차시 예고</p> <ul style="list-style-type: none"> • 배운 내용 정리하기 • 차시 예고하기 	<p>[학습 결과 확인]</p> <ul style="list-style-type: none"> • 이 차시에서의 평가 결과 분석 및 필요시 추가적인 사후 평가 활용 • 분모의 크기가 다른 두 분수를 통분하는 방법에 대해 이해하고 설명할 수 있는가? 	지필

3. 평가로 파악한 학습 정보에 따른 지도 방안 예시

평가	학습 정보	지도 방안 예시
선수 학습 확인 (수업 전)	<ul style="list-style-type: none"> • 분수의 분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하거나 분모와 분자를 0이 아닌 같은 수로 나누어 크기가 같은 분수를 만들지 못함. • 약분의 의미를 이해하지 못하고, 분수를 약분하지 못함. 	<p>3, 4차시 학습 결과 확인을 바탕으로 5차시를 계획</p> <ul style="list-style-type: none"> • 크기가 같은 분수를 만들지 못하는 학생들이 많은 경우 5차시 전에 보충 활동을 실시함. 을 하면서 분수의 분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하거나 분모와 분자를 0이 아닌 같은 수로 나누면 크기가 같은 분수를 만들 수 있다는 것을 추가적으로 지도함.
과정 평가 1	<ul style="list-style-type: none"> • 분모의 크기가 같을 때 분수의 크기를 비교하는 방법을 알지 못함. 	<ul style="list-style-type: none"> • 분수에서 분모의 크기가 같을 때에는 분자의 크기에 따라 분수의 크기가 달라진다는 것을 지도함. 특히 분모가 같을 때 분자가 클수록 분수는 커지고, 분자가 작을수록 분수가 작아진다는 것을 지도함. 필요에 따라 등분할된 그림을 가지고 시각적으로 비교할 수 있도록 지도하면 효과적임. 예를 들면, 피자 $\frac{1}{6}$ 조각과 $\frac{4}{6}$ 조각의 그림을 가지고 비교하기를 지도할 수 있음.
	<ul style="list-style-type: none"> • 분모의 크기가 다를 때 분수의 크기를 비교하는 방법을 알지 못함. 	<ul style="list-style-type: none"> • 분모의 크기가 다를 때 분수의 크기를 비교하기 위해서는 분모를 같게 만들어 주어야 함을 많은 학생이 이야기하지 못할 수도 있으므로 분수의 크기를 비교하려면 분모가 같아야 한다는 것을 인지할 수 있도록 지도함. 또한 그림으로 알아보기, 수직선으로 나타내기 등 다양한 방법이 제시될 수 있도록 허용적인 분위기를 조성하는 것이 중요함.
	<ul style="list-style-type: none"> • 분모가 같은 분수를 짝 지어 보고, 그 분수들은 어떤 특징이 있는지 이야기할 수 있음. 	<ul style="list-style-type: none"> • 분모가 달랐던 두 분수의 분모가 어떻게 같아졌는지 말해 보게 하고, 그 분수들에는 어떤 특징이 있는지 자유롭게 이야기하도록 지도함.
과정 평가 2	<ul style="list-style-type: none"> • 분모의 크기가 다른 두 분수의 분모를 같게 만들기 위해서 두 분모를 서로 곱하기를 어려워함. 	<ul style="list-style-type: none"> • 분모가 다른 두 분수의 분모를 같게 하려면 얼마를 곱해야 하는지 몰라 어려움을 겪는 학생들에게 각각의 분모를 서로 곱하면 분모의 크기가 같아진다는 것을 지도함. • 각각의 분모를 서로 곱할 때 그 수를 분모에만 곱하는 것이 아니라 분자에도 같이 곱해야 크기가 같은 분수가 된다는 것도 함께 지도함.
	<ul style="list-style-type: none"> • 분수 막대를 이용하여 분모가 같은 분수를 만들 수 있음. 	<ul style="list-style-type: none"> • 분수 막대를 이용하여 $\frac{2}{3}$와 $\frac{3}{4}$의 분모가 같아지는 단위가 $\frac{1}{12}$이라는 것을 알게 하고, 각각의 분수에 해당되는 분모가 12인 분수를 찾을 수 있는지 확인함. • 분수 막대를 이용한 크기 비교를 설명할 수 있는지 질문함. • 분모의 크기를 같게 하는 것을 통분이라 하고 통분한 분모를 공통분모라고 하는 점을 지도함.
과정 평가 3	<ul style="list-style-type: none"> • 두 분수를 통분할 때에 두 분모의 곱을 공통분모로 하여 통분하는 방법과 두 분모의 최소공배수를 공통분모로 하여 통분하는 방법을 잘 이해하지 못함. 	<ul style="list-style-type: none"> • 분모의 크기가 작을 때에는 서로 분모의 곱을 통해 통분하는 것이 편리하고, 분모의 크기가 크거나 공배수의 관계에 있을 경우 최소공배수를 구하여 통분하는 것이 편리하다는 것을 지도함. • 어떤 방법이라도 정답은 없으므로 자신이 편리한 방법을 선택하여 문제를 해결하는 것이 중요하다는 것을 인지하도록 함.
	<ul style="list-style-type: none"> • 두 분수를 통분하는 두 방법을 잘 알고 설명할 수 있음. 	<ul style="list-style-type: none"> • 두 분수를 통분하는 두 방법에 대해 설명하도록 하고 어떤 방법이 더 좋은지 이야기함.
학습 결과 확인 (후속 차시 선수 학습 확인)	<ul style="list-style-type: none"> • 두 분모의 곱을 공통분모로 하여 통분하지 못함. • 두 분모의 최소공배수를 공통분모로 하여 통분하지 못함. 	<p>학습 결과 확인(지필 평가 또는 학생이 스스로 배운 내용에 대하여 작성한 일지)을 바탕으로 보충 학습 계획 및 6차시 수업을 계획함</p> <ul style="list-style-type: none"> • 을 되짚어 살펴봄으로써 크기가 같은 분수를 찾는 방법에 대해 이해하도록 하고, 분모와 분자에 함께 같은 수를 곱한다는 내용을 보충 지도함. • 두 수의 최소공배수를 구하는 방법을 이해하도록 하고, 분수 막대를 이용하여 두 수의 최소공배수를 구하는 조작을 할 수 있도록 지도함.

단원 배경 지식

1. 자연수와 다른 분수의 몇 가지 특징

분모가 다른 분수의 연산으로 나아가기 전에 학생들은 자연수와 다른 분수의 몇 가지 특징을 이해하고 있어야 한다.

첫째, 자연수 체계에서는 하나의 수로 물건의 수를 나타내게 되는데, 이를테면 5개의 구슬을 나타내는 데 ‘다섯’ 또는 ‘5’라고 나타낸다. 그러나 분수에서는 분모에 따라 여러 가지 동치분수로 나타낼 수 있다. 예를 들어 피자 한 판의 절반은 $\frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$ 등으로 표현할 수 있다.

둘째, 분수의 덧셈과 같은 경우에는 $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1+2}{3+3} = \frac{3}{6}$ 과 같은 잘못된 계산 과정이 나타날 수 있는데 이는 자연수 체계에서의 습관 때문에 더 자연스럽게 느껴질 수 있다.(교육부, 2015).

셋째, 분수는 가법적 사고(덧셈이 기반이 되는 사고)와 달리 승법적 사고(곱셈이 기반이 되는 사고)를 기반으로 하고 있다. 이로 인해 자연수 체계에 익숙한 학생들이 직관적으로 분수의 성질을 이해하는 데 있어서 어려움을 겪는다. 예를 들어, 자연수 체계에서는 곱셈을 하면 그 값이 더 커지고, 나눗셈을 하면 그 값이 더 작아지는 데 비해 분수의 곱셈에서는 그 값이 더 작아지기도 하고, 분수의 나눗셈은 그 값이 더 커지는 경우가 생긴다.(김성준 외 7인, 2013).

따라서 학생들은 분수를 학습할 때 구체물, 그림 등의 다양한 자료와 표현 방법을 이용하여 분수를 나타내고 표현해 볼 수 있는 기회를 가질 수 있어야 한다.

2. 분수의 성질


이 단원에서는 다음과 같은 분수의 성질을 이용하여 동치분수(크기가 같은 분수)를 만드는 방법을 먼저 이해할 수 있어야 한다.

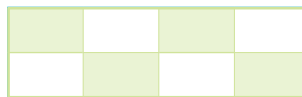
첫째, 분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하여도 분수의 크기는 같다.

둘째, 분모와 분자를 0이 아닌 같은 수로 나누어도 분수의 크기는 같다.

이러한 분수의 성질을 학생들이 쉽게 이해할 수 있도록 다양한 발문과 활동을 구체물, 그림과 함께 제시함으로써 학생들이 직관적으로 동치분수를 받아들일 수 있도록 해야 한다.

[발문의 예] (이용률, 2005).

슬기는 그림과 같은 밭에 여러 가지 채소를 심었는데  부분에는 감자를 심었습니다. 슬기가 감자를 심은 부분은 전체의 얼마인가요?



똑같이 8로 나눈 것 중 4부분에 감자를 심었으므로 $\frac{4}{8}$ 입니다.

감자를 심은 부분과 심지 않은 부분이 같으므로 $\frac{1}{2}$ 입니다.

[활동의 예] (교육부, 2015).

- 색종이 한 장을 두 번 접어 4등분 한 것 중의 하나를 색칠하고 분수로 표현한다($\frac{1}{4}$).
- 색종이를 한 번 더 접었다 편 후, 색칠된 부분을 분수로 표현한다($\frac{2}{8}$).

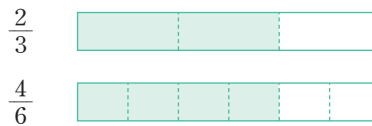


- 학생들은 두 분수의 크기가 같은지 다른지를 이야기한다.
- 두 분수에서 분모와 분자가 어떻게 변하였는지 말해 보도록 한다.

3. 동치분수 만들기(이지영, 방정숙, 2016).

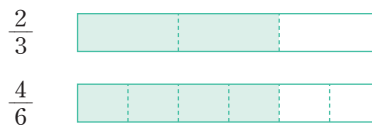
[분수의 성질을 이용한 동치분수 만들기]

$\frac{2}{3}$ 의 분모와 분자에 같은 수인 2를 곱하여 나온 분수 $\frac{4}{6}$ 는 처음 $\frac{2}{3}$ 와 크기가 같다. 이를 수식으로 표현하면 $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$ 이다. 이는 다음 그림과 같이 띠 모델을 이용하여 시각적으로 확인할 수 있다.



[재귀적 분할을 이용한 동치분수 만들기]

$\frac{2}{3}$ 를 먼저 표현하고 각각의 $\frac{1}{3}$ 을 다시 2등분하여 $\frac{4}{6}$ 를 만드는 방법을 생각해 볼 수 있다. 이때 $\frac{2}{3}$ 라는 하나의 대상을 다시 재분할하여 나타낸 것이므로 $\frac{4}{6}$ 로 표현하여도 그 양은 변하지 않는다는 것을 쉽게 확인할 수 있다. 재귀적 분할은 스테프(Steffe)가 제시한 용어로 부분의 크기를 전체를 기준으로 해석하기 위해 각 부분을 다시 부분으로 분할하는 과정으로, 다음과 같이 통분에 있어서 단위를 중심으로 해석하는 것과 일맥상통한다.



한편 동치분수를 만들 때에는 다음과 같은 3가지 수준의 단위가 나타난다.

단위의 구조	통분할 때 ' $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ '을 나타내는 과정	
단위		1
단위의 단위		$\frac{1}{3}$ 이 3개인 1
단위의 단위의 단위		$\frac{1}{12}$ 이 4개인 $\frac{1}{3}$ 이 3개인 1

첫 번째 수준의 단위는 1이다. 분수량을 나타내기 위해 먼저 그 양이 가리키는 대상의 단위(전체 단위)가 필요한데 그 값이 1인 것이다. $\frac{2}{3}$ 는 전체 단위(1)를 등분할하여 표현한 것으로 이때 단위의 구조는 단위의 단위($\frac{1}{3}$ 이 3개인 1)로 복잡해진다. 여기서 $\frac{1}{3}$ 은 두 번째 수준의 단위가 되는 것이다. 그런 다음 분모가 12인 분수로 통분하는 과정에서는 단위의 단위의 단위($\frac{1}{12}$ 이 4개인 $\frac{1}{3}$ 이 3개인 1)가 되고, 세 번째 수준의 단위는 $\frac{1}{12}$ 이 되는 셈이다.

4. 통분의 필요성

동치분수를 만드는 방법은 통분을 위해 필수적이다. 그리고 통분이 분모가 다른 분수의 크기 비교를 위해 필요하다고 할 때, 이는 서로 다른 단위를 공통분모를 이용해서 같은 단위로 맞춰 주는 과정이라고 할 수 있다. 이를테면, $\frac{2}{3}$ 와 $\frac{3}{4}$ 의 크기 비교에서 $\frac{2}{3}$ 는 $\frac{1}{3}$ 단위가 2개 있는 수이고, $\frac{3}{4}$ 은 $\frac{1}{4}$ 단위가 3개 있는 수이다.

분수의 크기를 비교하기 위해 서로 다른 단위를 같은 단위로 맞춰야 하는 필요성이 제기되며 공통 분모 12를 이용하면 $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ 가 된다. 이제 $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ 은 $\frac{1}{12}$ 단위가 8개인 수이고, $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ 는 $\frac{1}{12}$ 단위가 9개인 수가 되어 자연스럽게 크기 비교가 가능해진다.

5. 분모, 분자에 왜 0을 곱하면 안 되나요 (교육부, 2015).

동치분수를 만드는 과정에서 “왜 0을 곱하면 안 되나요?” 또는 “왜 0으로 나누면 안 되나요?”와 같은 질문이 나올 수 있다. 0으로 나누는 것은 정의하지 않고, 학생들은 3학년 나눗셈에서 0으로 나누면 안 된다는 것을 이미 경험하였다. 그러면 0을 곱하는 것은 왜 안 되는지 다음과 같이 생각해 볼 수 있다.

먼저 각각의 분수에서 분모와 분자에 0을 곱했을 때 어떻게 되는지 생각해 보도록 한다.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 0}{2 \times 0} = \frac{0}{0} \quad \frac{1}{3} = \frac{1 \times 0}{3 \times 0} = \frac{0}{0} \quad \frac{1}{4} = \frac{1 \times 0}{4 \times 0} = \frac{0}{0}$$

따라서 $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ 이 되는 모순이 생기게 됨을 학생들이 경험할 수 있을 것이다. 그러나 수학적으로 $\frac{0}{0}$ 이라는 분수가 정의되지 않는다는 점이 더 중요하며, 분수에서는 분모는 0이 될 수 없다는 점을 알려 주어야 한다.

자료 출처

- 교육부(2015). 『교사용 지도서 수학 5-1』. 서울: 천재교육.
- 김성준, 김수환, 신준식, 이대현, 이종영, 임문규, 정은실, 최창우(2013). 『초등학교 수학과 교재연구와 지도법』. 서울: 동명사.
- 이용률(2005). 『지도내용의 핵심과제 99』. 서울: 경문사.
- 이지영, 방정숙(2016). 「이분모분수의 덧셈과 뺄셈 교육 재고: 단위 추론 및 재귀적 분할을 중심으로」. 『학교수학』, 18(3), 625-645.

단원 도입

수업의 흐름

학습 동기 유발하기

선수 학습 내용 살펴보기

공부할 내용 살펴보기

4

약분과 통분

약분과 통분을 알아볼까요?



+ 학습 동기 유발하기

- 세 친구는 무엇을 하고 있나요?
- 남아 있는 피자의 양을 비교하고 있습니다.
- 남학생은 여학생의 말을 듣고 어떤 생각을 하고 있나요?
- '정말 그럴까?' 하는 궁금증을 가지고 있습니다.
- 여학생과는 다른 생각인 것 같습니다.

▶ 학습 동기 유발 그림은 이 단원의 '탐구 수학(82~83쪽)'의 일부 내용을 소재로 만든 것이다. 이 단원을 다 배우고 난 후에 다룰 내용이므로 여기서는 학생들의 학습 동기를 유발하는 정도로만 다룬다.

+ 선수 학습 내용 살펴보기 (『수학 익힘』 41쪽)

- ▶ 약분과 통분을 지도하기 전에 『수학 3-1』, 『6. 분수와 소수』에서 다루었던 분수의 등분할 개념과 분모가 같은 진분수의 크기 비교하기에 대해 알아보고, 『수학 5-1』, 『2. 약수와 배수』에서 다루었던 공약수, 공배수, 최대공약수, 최소공배수에 대한 이해 수준을 확인한다.

배운 내용

- 분모가 같은 분수의 크기 비교는 어떻게 하는지 이야기해 보세요.
- 분모가 같은 분수의 크기 비교는 분자의 크기가 큰 분수가 큼니다.
- 12와 18의 공약수와 최대공약수를 이야기해 보세요.
- 공약수는 1, 2, 3, 6입니다.
- 최대공약수는 6입니다.
- 12와 18의 공배수와 최소공배수를 이야기해 보세요.
- 공배수는 36, 72, 108...입니다.
- 최소공배수는 36입니다.
- ▶ 필요한 경우 『수학 익힘』 41쪽의 문제를 다룰 수 있다.

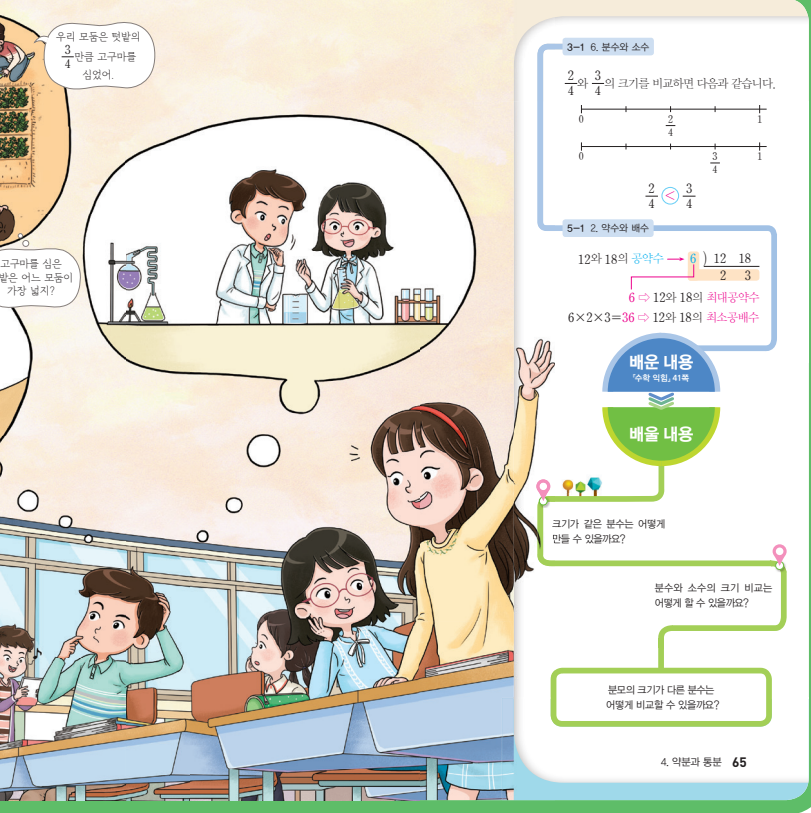
+ 공부할 내용 살펴보기

준기, 연수, 지혜, 슬기는 학교에서 정해진 일과를 보낸다. 실과 시간에 동물 기르기를 주제로 여항을 꾸미고, 미술 시간에는 상자를 꾸미기 위해 색 띠를 자른다. 창의적 체험 활동으로 학교에서 텃밭을 가꾸면서 통분 상황을 마주하기도 하며, 사회 시간에는 각자 저금하는 용돈을 분수로 비교하기도 한다. 과학 시간에는 비커에 담겨 있는 물의 양을 보며 분수와 소수의 크기를 비교해 보는 활동도 한다.

들려줄 이야기

준기는 오늘도 친구들과 즐겁게 공부할 생각을 하니 기분이 좋았어요. 오늘 하루는 실과, 미술, 창의적 체험 활동, 사회, 과학으로 다양한 체험과 실험을 할 수 있는 시간이 많이 있어요. 1교시 실과 시간에는 귀여운 공명어를 키우려고 여항 꾸미기를 해요. 2교시와 3교시는 색 띠를 이용하여 멋진 작품을 만들어요. 4교시에는 고구마를 심은 텃밭에 가서 물도 주고 잡초도 뽑아요. 5교시에는 친구들의 궁금했던 용돈을 알아보고, 6교시에는 재미있는 과학 실험을 해요. 각각의 수업 시간에 어떤 활동을 하는지 좀 더 자세하게 알아볼까요?

- 그림 속에 나타나 있는 것은 무엇인가요?
- 준기네 반이 오늘 하루 수업 시간에 할 내용입니다.
- 여항에 물을 채워 본 경험을 말해 보세요.
- 물을 반쯤 채워 본 적이 있습니다.
- 여항에 물을 $\frac{3}{4}$ 정도 채워 본 적이 있습니다.
- 같은 크기의 색 띠를 만들기 위해 어떻게 잘라 보았는지 말해 보세요.
- 종이를 접어서 잘라 보았습니다.
- 일정한 간격으로 나누어 잘라 보았습니다.



3-1 6. 분수와 소수

$\frac{2}{4}$ 와 $\frac{3}{4}$ 의 크기를 비교하면 다음과 같습니다.

0 ————— 1
 $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{4}$

$\frac{2}{4} < \frac{3}{4}$

5-1 2. 약수와 배수

12와 18의 공약수 → 6 | 12 18
 2 3
 $6 \div 12$ 와 $18 \div 6$ 의 최대공약수
 $6 \times 2 \times 3 = 36 \Rightarrow 12$ 와 18 의 최소공배수

배운 내용
 * 수학 4학년, 41쪽

배울 내용

크기가 같은 분수는 어떻게 만들 수 있을까요?

분수와 소수의 크기 비교는 어떻게 할 수 있을까요?

분모의 크기가 다른 분수는 어떻게 비교할 수 있을까요?

4. 약분과 통분 65

- 준기와 지혜, 슬기가 사용하려고 하는 색 띠는 얼마인가요?
 - 준기는 색 띠의 $\frac{1}{2}$, 지혜는 색 띠의 $\frac{2}{4}$, 슬기는 색 띠의 $\frac{3}{6}$ 를 사용하려고 합니다.
- 텃밭을 가꾸어 본 경험을 말해 보세요.
 - 텃밭에 고추와 상추를 키워 보았습니다.
 - 오이, 가지, 감자, 고구마를 심어 보았습니다.
- 각각의 작물을 텃밭에 얼마나 심었는지 말해 보세요.
 - 텃밭의 반에는 고추를 심고, 나머지 반에는 상추를 심었습니다.
 - 텃밭의 $\frac{1}{2}$ 정도에는 고추를 심고, 나머지 $\frac{1}{2}$ 정도에는 상추를 심었습니다.
 - 텃밭의 $\frac{2}{3}$ 정도에는 오이, 나머지 $\frac{1}{3}$ 정도에는 가지를 심었습니다.
- 준기, 연수, 슬기네 모둠은 텃밭의 얼마만큼 고구마를 심었나요?
 - 준기네 모둠은 텃밭의 $\frac{1}{3}$, 연수네 모둠은 텃밭의 $\frac{2}{3}$, 슬기네 모둠은 텃밭의 $\frac{3}{4}$ 만큼 고구마를 심었습니다.
- 비커에 물을 채워 본 경험을 말해 보세요.
 - 과학 시간에 필요한 양만큼 물을 채워 보았습니다.
- 비커에 물을 $\frac{3}{10}$ 만큼 채웠다는 것을 어떻게 하면 다르게 말할 수 있을까요?
 - 비커에 물을 0.3만큼 채웠다고 하면 될 것 같습니다.

이 단원은 학생들이 학교에서 겪게 되는 일상의 내용들로 단원의 본문 차시 내용을 구성하였다. 단원 도입 그림에 등장하는 학생들처럼 학교 학생들의 경험을 나누는 활동을 통해 이번 단원에 대한 흥미와 관심을 유발한다.

+ 수학 교과 역량

이런 활동을 할 수 있어요

- 분모가 같은 분수 카드를 이용하여 크기 비교하는 놀이 하기
 - 창의·융합** **의사소통** **태도 및 실천**
 - ① 분모에 따라 제작 가능한 장수의 분수 종이 카드를 준비한다 (가분수인 경우를 만들 수도 있으므로 10여 장 정도 준비한다).
 - ② 카드를 모아서 섞은 후 뒤집어 둔다(짝 또는 모둠 활동).
 - ③ 순서를 정해 뒤집어진 카드를 한 장씩 가진 다음 크기를 비교한다.
 - ④ 큰 분수 카드를 가진 사람이 상대편 카드를 가진다.
 - ⑤ 놀이 규칙은 다양한 방법으로 응용이 가능하다. 적절한 규칙을 정해 놀이를 재구성해도 무방하다.
 - 카드를 미리 정해진 장수만큼 나누어 가지고 있다가 하나씩 비교하기
 - 작은 분수 카드를 내는 사람이 이기기
- 자연수 카드를 이용하여 가분수를 만들고 대분수로 바꾸어 보는 놀이 하기
 - 추론** **창의·융합** **의사소통** **태도 및 실천**
 - ① 2부터 9까지의 수 카드를 준비한다.
 - ② 카드를 모아서 섞은 후 뒤집어 둔다.
 - ③ 수 카드 2장을 골라 가분수를 만들고 대분수로 바꾸어 본다.
 - ④ 옳게 바꾸었는지 같이 생각해 보고 역할을 바꾸어 해 본다.

- 분모가 같은 분수 카드 놀이를 통하여 선수 학습 내용을 충분히 상기시킨다. 이때 자연수 카드를 별도로 준비하여 분모가 같은 여러 가지 분수 비교 상황을 만드는 것도 가능하다.
- 자연수 카드로 만들 수 있는 분수의 형태는 다양하다. 학생들이 분수를 만드는 과정 중에 다양하면서 창의적인 경험을 할 수 있도록 안내한다.

- 준기네 반 학생들의 학교생활처럼 분수를 생활 속에서 사용한 경험을 말해 보세요.
 - 급식 시간에 ' $\frac{1}{2}$ '을 사용해 보았습니다.
 - 체육 시간에 '운동장의 $\frac{3}{4}$ 정도'라는 표현을 사용한 적이 있습니다.
- 지금까지 알아본 내용을 통하여 4단원에서는 무엇을 공부할지 생각해 보세요.
 - 분모가 다른 여러 분수들을 공부할 것 같습니다.
 - 분모가 다른 여러 분수를 비교하려면 어떻게 해야 할지 공부할 것 같습니다.

배울 내용

- 이 단원을 다 배우고 난 후 해결할 수 있어야 할 질문을 살펴보세요.
 - (배울 내용에 제시한 3가지 질문을 읽는다.)

- 이 단원에서 학습할 내용에 관심과 호기심을 유발하도록 학생들의 다양한 의견을 수용하고, 서로의 생각을 이야기할 수 있는 허용적인 분위기를 조성한다. 또한 학생들의 실제 학교생활과 제시된 수업 상황과의 차이를 실전에 맞게 안내하는 것도 고려한다.
- 배울 내용은 1차시에서 답을 찾는 것이 아니라 이 단원을 배운 후에 답할 수 있는 내용으로 구성된 것임에 유의한다.