

# 3

## 규칙과 대응

### 단원 개관

규칙과 대응은 함수 개념의 기초가 되는 중요한 아이디어로서 주변의 다양한 현상을 탐구하고 관련 문제를 해결하는 데 유용하다. 이에 이 단원은 학생에게 친숙한 일상생활과 주변 현상을 통하여 대응 관계를 탐구해 볼 수 있도록 활동을 구성했다.

『수학 4-1』에서는 수 배열과 계산식의 배열 등을 중심으로 한 양의 규칙적인 변화를 파악한 반면, 이 단원에서는 두 양 사이의 대응 관계를 탐구하고 이를 기호를 사용하여 표현해 보는 데 초점을 둔다. 구체적인 내용은 다음과 같다. 먼저 대응 관계에 대한 이해를 바탕으로 주변 현상 및 규칙적인 배열에서 발견할 수 있는 두 양 사이의 대응 관계를 탐색해 보게 한다. 이후 두 양 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타내는 방법과 그 식의 의미를 이해할 수 있도록 지도하고, 이를 바탕으로 생활 속에서 대응 관계를 찾아 식으로 나타내어 보는 활동을 전개한다. 나아가 규칙적인 배열에서 두 양 사이의 대응 관계를 파악하여 문제를 해결하고, 그 과정과 결과를 친구와 비교해 보는 활동을 통하여 문제 해결 능력을 기른다. 이와 더불어 대응 관계에 대한 이해를 바탕으로 미래 사회에 필요한 로봇을 설계해 봄으로써 창의·융합 능력, 태도 및 실천 능력을 기르게 한다.

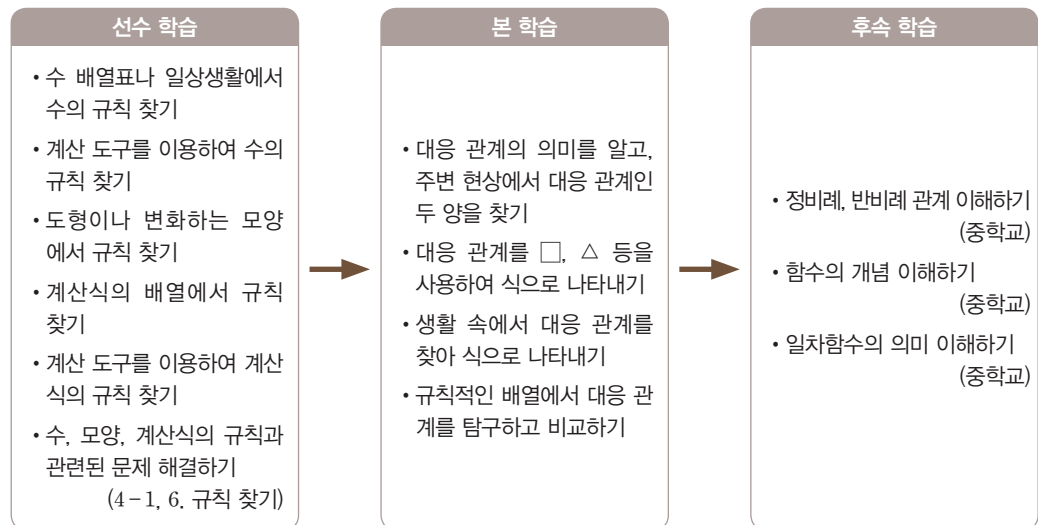
이 단원에서 학습하는 대응 관계의 개념은 이후 중학교의 함수 학습과 직접적으로 연계되므로 학생들이 대응 관계에 대한 정확한 이해를 바탕으로 두 양 사이의 대응 관계를 파악하고 표현할 수 있도록 지도해야 한다.

준비할 교구: 모양 조각 또는 패턴 블록

주의 사항

- 학생들이 한 양의 변화에 주의를 기울이기보다 두 양 사이의 관계를 탐구할 수 있도록 지도한다.
- 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타낼 때 그 기호와 식의 의미를 학생들이 자신의 언어로 충분히 표현하고 이해할 수 있도록 주의를 기울인다.

### 단원 학습 계열



## 교육과정

### 2015 개정 수학과 교육과정

성취기준	[6수04-01] 한 양이 변할 때 다른 양이 그에 종속하여 변하는 대응 관계를 나타낸 표에서 규칙을 찾아 설명하고, □, △ 등을 사용하여 식으로 나타낼 수 있다.
------	--

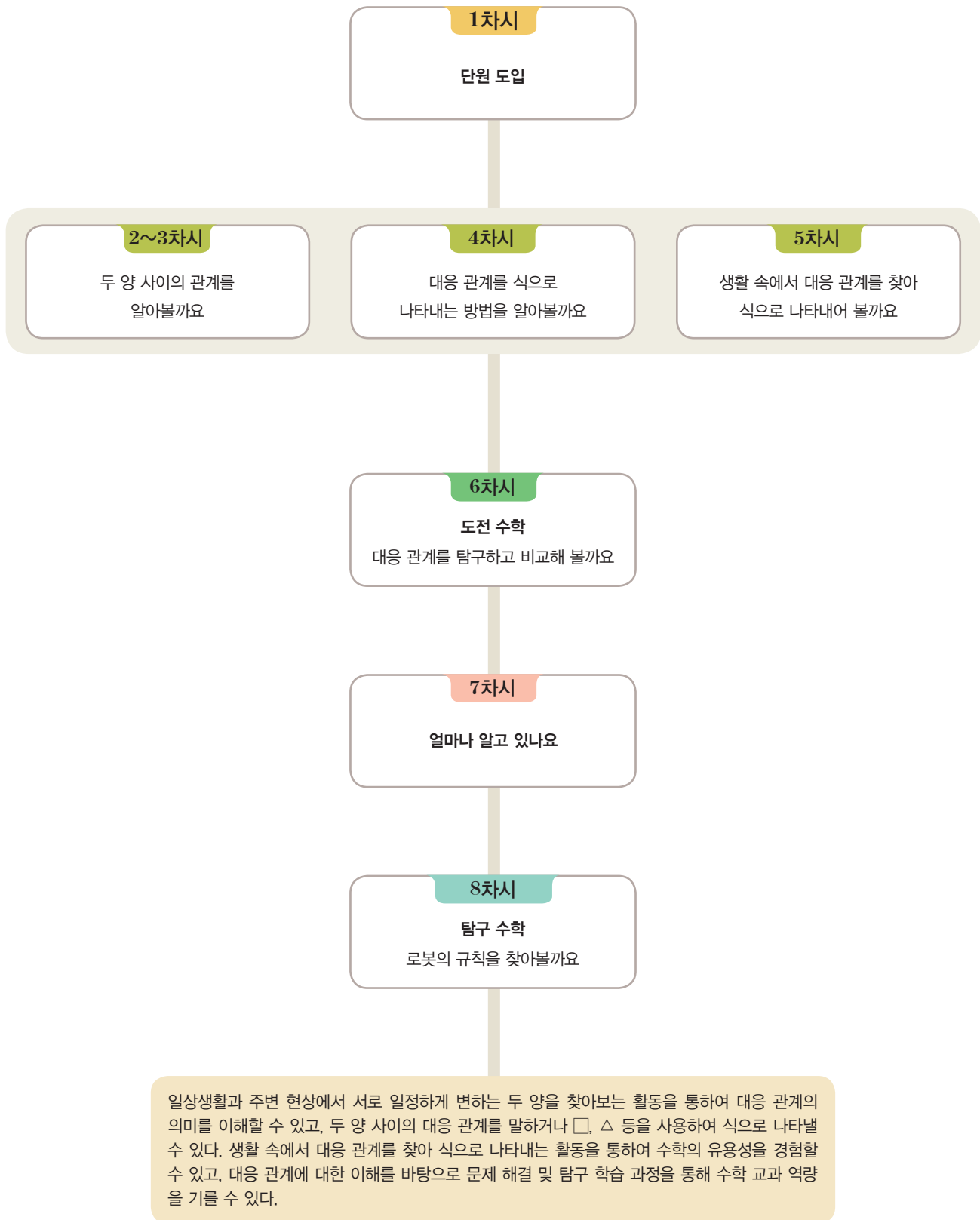
#### 〈교수·학습 방법 및 유의 사항〉

- 두 양의 대응 관계는 덧셈식, 뺄셈식, 곱셈식, 나눗셈식 중 하나로 표현되는 간단한 경우만 다룬다.
- 규칙성 영역의 문제 상황에서 문제 해결 전략 비교하기, 주어진 문제에서 필요 없는 정보나 부족한 정보 찾기, 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기, 문제 해결 과정의 타당성 검토하기 등을 통하여 문제 해결 능력을 기르게 한다.

## 단원 학습 목표

영역	단원 학습 목표
내용	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 주변 현상에서 대응 관계인 두 양을 찾을 수 있다.</li> <li>2. 규칙적인 배열에서 두 양 사이의 대응 관계를 찾고, 두 양 사이의 대응 관계를 말로 나타낼 수 있다.</li> <li>3. 두 양 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타내고, 식의 의미를 이해할 수 있다.</li> <li>4. 생활 속에서 대응 관계를 찾아 식으로 나타낼 수 있다.</li> </ol>
교과 역량	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 주변 현상에서 대응 관계인 두 양을 찾고 그 이유를 설명할 수 있다. <span style="background-color: #fff9c4;">창의·융합</span> <span style="background-color: #c8e6c9;">의사소통</span> <span style="background-color: #bbdefb;">태도 및 실천</span></li> <li>2. 다양한 대응 관계를 만들고 짝이 만든 대응 관계를 이야기할 수 있다. <span style="background-color: #bbdefb;">추론</span> <span style="background-color: #fff9c4;">창의·융합</span> <span style="background-color: #c8e6c9;">의사소통</span></li> <li>3. 두 양 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타내고, 식의 의미를 설명할 수 있다. <span style="background-color: #bbdefb;">추론</span> <span style="background-color: #c8e6c9;">의사소통</span> <span style="background-color: #bbdefb;">태도 및 실천</span></li> <li>4. 생활 속에서 대응 관계를 찾아 식으로 나타낼 수 있다. <span style="background-color: #bbdefb;">추론</span> <span style="background-color: #fff9c4;">창의·융합</span> <span style="background-color: #c8e6c9;">의사소통</span> <span style="background-color: #bbdefb;">태도 및 실천</span></li> <li>5. 규칙적인 배열에서 두 양 사이의 대응 관계를 찾아 식으로 나타내는 과정에서 문제를 해결하고, 내가 해결한 방법과 친구가 해결한 방법을 비교하여 설명할 수 있다. <span style="background-color: #c8e6c9;">문제 해결</span> <span style="background-color: #bbdefb;">추론</span> <span style="background-color: #fff9c4;">창의·융합</span> <span style="background-color: #c8e6c9;">의사소통</span> <span style="background-color: #bbdefb;">태도 및 실천</span></li> <li>6. 대응 관계에 대한 이해를 바탕으로 미래 생활에 필요한 로봇의 규칙을 상상하여 만들 수 있다. <span style="background-color: #bbdefb;">추론</span> <span style="background-color: #fff9c4;">창의·융합</span> <span style="background-color: #c8e6c9;">의사소통</span> <span style="background-color: #bbdefb;">태도 및 실천</span></li> </ol>

## 단원의 흐름



## 단원의 전개 계획

차시 『수학』 쪽수	주제	수업 내용 및 활동	교과 역량	준비물	『수학 익힘』 쪽수
1차시 48~49쪽	단원 도입	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 들려줄 이야기를 통하여 주변 현상에서 발견할 수 있는 규칙성에 대한 흥미와 관심을 일으킨다.</li> <li>• 단원 도입 그림에서 서로 일정하게 변하는 두 양을 찾아보게 한다.</li> </ul>			31쪽
2~3차시 50~53쪽	두 양 사이의 관계를 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 주변 현상에서 서로 대응하는 두 양을 찾아보게 한다.</li> <li>• 대응 관계의 의미를 이해하게 한다.</li> <li>• 규칙적인 배열에서 두 양 사이의 대응 관계를 표를 이용하여 탐색하고 설명해 보게 한다.</li> <li>• 모양 조각을 사용하여 다양한 대응 관계를 만들어 보게 하고, 이를 친구들과 공유하게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 해결</li> <li>추론</li> <li>창의·융합</li> <li>의사소통</li> <li>태도 및 실천</li> </ul>	모양 조각 (블록)	32~35쪽
4차시 54~55쪽	대응 관계를 식으로 나타내는 방법을 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 두 양 사이의 대응 관계를 표를 이용하여 탐색한다.</li> <li>• 두 양 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타내는 방법과 그 식의 의미를 이해하게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>추론</li> <li>의사소통</li> <li>태도 및 실천</li> </ul>		36~37쪽
5차시 56~57쪽	생활 속에서 대응 관계를 찾아 식으로 나타내어 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 주변 현상에서 다양한 대응 관계를 찾아보게 한다.</li> <li>• 주변 현상에서 찾은 대응 관계를 식으로 나타내어 보게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>추론</li> <li>창의·융합</li> <li>의사소통</li> <li>태도 및 실천</li> </ul>		38~39쪽
6차시 58~59쪽	[도전 수학] 대응 관계를 탐구하고 비교해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 규칙적인 배열에서 두 양 사이의 대응 관계를 탐구하게 하고, 내가 탐구한 과정과 친구가 탐구한 과정을 비교하게 한다.</li> <li>• 조건을 바꾸어 대응 관계를 만들고, 이를 식으로 나타내어 보게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 해결</li> <li>추론</li> <li>창의·융합</li> <li>의사소통</li> <li>태도 및 실천</li> </ul>	모양 조각 (블록)	
7차시 60~61쪽	[얼마나 알고 있나요]	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 다양한 문제를 해결하며 이 단원에서 배운 내용을 정리하게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 해결</li> <li>추론</li> <li>창의·융합</li> <li>의사소통</li> <li>태도 및 실천</li> </ul>		
8차시 62~63쪽	[탐구 수학] 로봇의 규칙을 찾아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 로봇 상자에 넣은 물건의 양과 화면에 보이는 양 사이의 관계를 알아보게 한다.</li> <li>• 로봇의 규칙을 이용하여 미래 생활에 필요한 여러 가지 로봇을 상상해 보게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>추론</li> <li>창의·융합</li> <li>의사소통</li> <li>태도 및 실천</li> </ul>		

## 단원 지도 유의 사항

- ① 학생들이 일상생활과 자연 현상에서 다양한 대응 관계를 직접 발견할 수 있는 기회를 제공하고, 이를 통하여 수학의 유용성을 인식할 수 있도록 지도한다.
- ② 학생들이 모양 조각(패턴 블록)과 수 카드 등과 같은 구체물을 사용하여 대응 관계를 직접 만들어 볼 수 있는 경험을 제공함으로써 대응 관계에 대한 흥미를 기르고 나아가 대응 관계를 깊이 이해하도록 한다.
- ③ 수와 연산, 도형, 측정 등 다양한 수학 내용 영역을 연계하여 대응 관계를 탐구할 수 있는 기회를 제공한다.
- ④ 대응 관계가 덧셈 관계인 경우와 곱셈 관계인 경우, 두 양이 이산량인 경우와 연속량인 경우 등 다양한 대응 관계를 다루되, 두 양의 대응 관계는 덧셈식, 뺄셈식, 곱셈식, 나눗셈식 중 하나로 표현되는 간단한 경우만 다룬다.
- ⑤ 두 양 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타내기 전에 두 양 사이의 관계를 일상 언어로 정확하게 나타내 보는 활동을 충분히 다루고, 두 양 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타낼 때에는 그 식의 의미를 정확하게 이해할 수 있도록 지도한다.
- ⑥ 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내는 방법은 학생이 어떤 양을 독립변수로 인식하느냐에 따라 다를 수 있다. 또는 규칙적인 배열에서 변하는 부분과 변하지 않는 부분을 어떻게 인식하느냐에 따라 식이 다를 수 있다. 이에 동일한 대응 관계를 나타내는 식이 다를 경우에는 왜 다른 식이 나왔는지 친구의 생각과 비교해 볼 수 있는 기회를 제공한다.

## 단원 학습 평가

영역	평가 내용	관련 차시	평가 방법
내용	1. 주변 현상에서 대응 관계인 두 양을 찾을 수 있는가?	2	지필, 관찰, 구술
	2. 규칙적인 배열에서 두 양 사이의 대응 관계를 찾고, 두 양 사이의 대응 관계를 말로 나타낼 수 있는가?	3	관찰, 동료 평가
	3. 두 양 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타내고, 식의 의미를 이해할 수 있는가?	4	지필, 관찰, 동료 평가
	4. 생활 속에서 대응 관계를 찾아 식으로 나타낼 수 있는가?	5	지필
교과 역량	1. 주변 현상에서 대응 관계인 두 양을 찾고 그 이유를 설명할 수 있는가? 창의·융합 의사소통 태도 및 실천	2	지필, 관찰, 구술
	2. 다양한 대응 관계를 만들고 짝이 만든 대응 관계를 이야기할 수 있는가? 추론 창의·융합 의사소통	3	관찰, 동료 평가
	3. 두 양 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타내고, 식의 의미를 설명할 수 있는가? 추론 의사소통 태도 및 실천	4	지필, 관찰, 동료 평가, 자기 평가
	4. 생활 속에서 대응 관계를 찾아 식으로 나타낼 수 있는가? 추론 창의·융합 의사소통 태도 및 실천	5	지필, 관찰, 구술
	5. 규칙적인 배열에서 두 양 사이의 대응 관계를 찾아 식으로 나타내는 과정에서 문제를 해결하고, 내가 해결한 방법과 친구가 해결한 방법을 비교하여 설명할 수 있는가? 문제 해결 추론 창의·융합 의사소통 태도 및 실천	6	관찰, 구술, 자기 평가
	6. 대응 관계에 대한 이해를 바탕으로 미래 생활에 필요한 로봇의 규칙을 상상하여 만들 수 있는가? 추론 창의·융합 의사소통 태도 및 실천	8	관찰, 동료 평가

# 과정 중심 평가 계획 – 4차시를 중심으로

## 1. 목표 및 방법

평가 목표	두 양 사이의 대응 관계를 찾아 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타내고 설명할 수 있다. [추론] [의사소통]
평가 방법	관찰, 지필, 동료 평가, 자기 평가

## 2. 수업 과정 및 평가 과제

수업 설계	주요 교수·학습 활동 개요	평가 계획	평가 방법
도입	전 차시 상기 및 문제 상황 이해하기 • 지난 시간에 배운 내용 점검하기 • 학생들이 드론을 조립하는 체험 활동에 참여하기 위해 재료를 준비하는 상황 이해하기	[선수 학습 확인] 전 차시 학습에 대한 점검 • 대응 관계의 의미를 이해하는가? • 대응 관계인 두 양을 찾고, 두 양 사이의 대응 관계를 말할 수 있는가?	3차시에서의 관찰 또는 지필
전개	드론의 수와 날개의 수 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타내는 방법 이해하기 • 드론의 수와 날개의 수 사이의 대응 관계를 표로 알아보기 • 표를 이용해서 알 수 있는 두 양 사이의 대응 관계를 말해 보기 • 알맞은 카드를 골라, 드론의 수와 날개의 수 사이의 대응 관계를 식으로 나타내기	[과정 평가 1] • 표를 이용하여 알 수 있는 드론의 수와 날개의 수 사이의 대응 관계를 기호와 단어들 사용하여 식으로 나타낼 수 있는가? [의사소통]	관찰, 지필
	• 드론의 수와 날개의 수 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타내기	[과정 평가 2] • 드론의 수와 날개의 수 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타낼 수 있는가? [의사소통]	
정리	드론이 비행하는 시간과 비행하는 거리 사이의 대응 관계를 식으로 나타내고, 그 식의 의미 이해하기 • 드론이 비행하는 시간을 △, 비행하는 거리를 □라고 할 때, 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내기 • 위의 식에 대한 친구들의 생각이 옳은지 판단해 보고, 그 이유를 이야기해 보기	[과정 평가 3] • 드론이 비행하는 시간과 비행하는 거리 사이의 대응 관계를 나타낸 식의 의미를 이해하는가? [추론] [의사소통]	관찰, 동료 평가
	정리 및 차시 예고 • 배운 내용 정리하기 • 차시 예고하기	[학습 결과 확인] • 이 차시에서의 평가 결과 분석(필요시 추가적인 사후 평가 활용) • 두 양 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 나타내는 방법과 그 식의 의미를 이해하는가?	

### 3. 평가로 파악한 학습 정보에 따른 지도 방안 예시

평가	학습 정보	지도 방안 예시
선수 학습 확인 (수업 전)	<ul style="list-style-type: none"> <li>대응 관계의 의미를 이해하지 못하고, 대응 관계인 두 양을 찾지 못함.</li> <li>대응 관계인 두 양을 찾지만, 두 양 사이의 대응 관계를 말로 나타내기 어려움.</li> </ul>	<p>3차시 학습 결과 확인을 바탕으로 4차시를 계획함.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>대응 관계의 의미를 이해하지 못하거나, 대응 관계인 두 양을 찾지 못하는 학생들이 많은 경우에는 4차시 전에 보충 활동을 실시함.</li> <li>대응 관계를 말로 나타내기 어려워하는 학생이 많은 경우에는 4차시를 두 차시로 진행하는 방안을 고려함. 예를 들어, 4차시의 1)을 중심으로 두 양 사이의 대응 관계를 말해 보고, 이를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타내는 활동으로 한 차시를 구성한 후, 4차시의 2)를 중심으로 한 차시를 구성할 수 있음.</li> </ul>
과정 평가 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>드론의 수와 날개의 수 사이의 대응 관계를 말로 나타낼 때 한 양의 변화에만 초점을 두어 말함. 예) 날개의 수가 4개씩 늘어납니다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>두 양 사이의 대응 관계를 말할 때에는 두 양을 모두 언급해야 한다는 점을 지도함. 예를 들어 “드론의 수가 1개씩 늘어날 때마다 날개의 수가 4개씩 늘어납니다.” 또는 “날개의 수는 드론의 수의 4배입니다.”와 같이 표현할 수 있도록 독려함.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>드론의 수와 날개의 수 사이의 대응 관계를 기호와 단어를 사용하여 잘못 나타냄. 예) (드론의 수)=(날개의 수)×4</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>학생이 만든 식의 의미를 확인해 보게 함. 예를 들어, ‘(드론의 수)=(날개의 수)×4’이라는 식은 ‘드론의 수는 날개의 수의 4배와 같다.’는 의미인데, 그 의미가 맞는지 표를 이용하여 확인해 봄. 또는 학생이 만든 식이 맞는지 표에 제시된 수를 넣어 확인해 볼 수도 있음.</li> <li>위와 같은 반응은 많은 학생들이 전형적으로 범하는 오류 반응이므로 전체 학생을 대상으로 명확하게 지도하기를 제안함.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>드론의 수와 날개의 수 사이의 대응 관계를 기호와 단어를 사용하여 적절하게 나타냄. 예) (드론의 수)×4=(날개의 수) 예) (날개의 수)÷4=(드론의 수)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>두 양 사이의 대응 관계를 다른 식으로도 나타낼 수 있는지 생각해 보게 하거나 서로 다른 식을 만든 경우에는 왜 서로 다른 식을 만들었는지 비교해 보게 함.</li> <li>드론의 수와 날개의 수는 모든 수가 될 수 있는지 생각해 보게 함.</li> <li>전체 논의보다는 개별적으로 또는 모둠 내에서 비슷한 수준의 학생들을 중심으로 논의해 보도록 안내함.</li> </ul>
과정 평가 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>드론의 수와 날개의 수 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타내는 것을 어려워함. 예) 각 양을 □, △ 등으로 나타낸다는 말을 이해하지 못함.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>앞에서 단어 식을 만들었던 활동을 가리키며, 식을 간단하게 만들기 위하여 대응 관계인 두 양 ‘드론의 수’, ‘날개의 수’ 대신에 □, △ 등의 기호를 사용할 수 있다고 안내함.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>드론의 수와 날개의 수 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타냄.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>친구들과 서로 어떤 기호를 사용하여 식을 만들었는지 비교해 보게 함. 이를 통하여 드론의 수와 날개의 수를 나타내는 기호는 임의적이라는 것을 인식할 수 있도록 지도함.</li> <li>친구들이 만든 식이 드론의 수와 날개의 수 사이의 대응 관계를 정확하게 나타내는지 검토해 보게 함.</li> </ul>
과정 평가 3	<ul style="list-style-type: none"> <li>드론의 비행시간과 비행거리 사이의 대응 관계를 나타낸 식의 의미를 정확하게 이해하지 못함.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>모둠 친구들과의 논의를 통하여 수학책에 제시된 네 학생들의 의견이 옳고 그른지 평가해 보게 함. 이때 옳고 그른 이유에 대해서 그 근거를 함께 제시할 수 있도록 안내함.</li> <li>모둠원들 간 논의가 어려운 경우에는 전체 논의로 연수의 의견이 옳고 그른지 안내함. 이때 교사가 ‘틀린 예(반례)’를 찾아보게 할 수도 있음.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>드론의 비행시간과 비행거리 사이의 대응 관계를 나타낸 식의 의미를 이해함.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>수학책에 제시된 네 학생의 의견이 옳은 이유, 또는 그른 이유를 반 친구들 앞에서 근거를 들어 논리적으로 설명할 수 있도록 지도함.</li> </ul>
학습 결과 확인 (후속 차시 선수 학습 확인)	<ul style="list-style-type: none"> <li>두 양 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 식으로 나타내지만, 그 의미를 설명하지 못함.</li> </ul>	<p>학습 결과 확인(지필 평가 또는 학생이 스스로 배운 내용을 작성한 일지)을 바탕으로 보충 학습 계획 및 5차시 수업을 계획함.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>두 양 사이의 대응 관계를 □, △ 등을 사용하여 나타낸 식의 의미에 대하여 이해하지 못하는 학생이 많은 경우에는 4차시의 활동 2)에서 사례만 바꾸어 다시 논의해 보는 보충 활동을 실시함.</li> </ul>

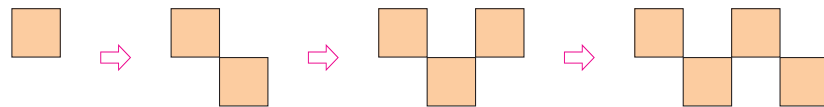
## 1. '규칙과 대응' 지도의 중요성

함수는 산술과 기하, 대수 등 수학의 여러 내용 영역을 통합하고, 주변 현상을 이해하고 탐구하는데 핵심적인 개념이라는 점에서 학교 수학에서 다루는 가장 중요한 내용 중 하나이다. 초등학교에서 함수에 대한 아이디어는 주로 규칙성 영역에서 다룬다. 특히 2015 개정 수학과 교육과정에서 5~6학년군의 내용 요소 중 '규칙과 대응'은 중학교에서 다루는 함수의 기본 개념과 밀접하게 연계되어 있다(교육부, 2015). 구체적으로 초등학교 5~6학년군의 성취기준에 '한 양이 변할 때 다른 양이 그에 종속하여 변하는 대응 관계'를 다루며(p. 26), 이후 중학교의 함수 영역에서 '한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계'를 이용하여 함수의 개념을 도입하도록 교수·학습 방법 및 유의 사항에 명시하고 있다(p. 33). 즉, 초등학교에서 규칙과 대응을 지도하는 것은 함수와 관계에 대한 핵심적인 아이디어를 지도하는 것이며, 이후 함수 및 대수 학습을 위한 토대를 다지는 것이다.

## 2. 두 양 사이의 관계를 탐구하는 세 가지 사고 유형

4학년까지는 주로 수, 도형, 모양의 배열이 어떻게 변하는지를 관찰하였지만 이 단원에서는 두 양이 어떻게 관련지어 변하는지를 탐구하는 데 초점이 있다. 이에 교사는 학생이 두 양을 어떻게 탐구하는지 파악하고 그에 적절한 피드백을 제공할 수 있어야 한다. Blanton 외(2011, 52-53)는 두 양 사이의 함수 관계를 탐구하는 사고의 유형을 <표 1>과 같이 세 가지로 구분하였다.

<표 1> 두 양 사이의 관계를 탐구하는 사고의 유형



재귀적 패턴 (recursive pattern)		공변적 사고 (covariational thinking)		대응 관계 (correspondence relationship)	
사각형의 수	꼭짓점의 수	사각형의 수	꼭짓점의 수	사각형의 수	꼭짓점의 수
1	4	1	4	1	4
2	7	2	7	2	7
3	10	3	10	3	10
4	13	4	13	4	13
"꼭짓점의 수는 항상 3개씩 증가해!"		"사각형의 수가 1개 증가할 때마다 꼭짓점의 수는 3개 증가해!"		"사각형이 2개일 때 꼭짓점은 7개, 사각형이 3개일 때 꼭짓점은 10개 ..... (꼭짓점의 수) = (사각형의 수) × 3 + 1이구나!"	

먼저 재귀적 패턴은 한 양의 변화에만 초점을 두어 변화를 탐구하는 경우이다. 예를 들어, <표 2>에서 사각형의 수는 고려하지 않고 꼭짓점의 수는 3씩 증가한다는 사실에만 주목하는 유형이 이에 해당된다. 다음으로 공변적 사고는 두 양이 서로 관련되어 어떻게 변하는지 아는 경우이다. 예를 들어, <표 1>에서 사각형의 수가 1씩 증가할 때, 꼭짓점의 수가 3씩 증가한다고 탐구하는 유형이 이에 해당된다. 마지막으로 대응 관계는 두 양 사이의 관계를 수평적으로 탐구하며 함수 규칙을 도출하는 경우이다. 예를 들어, <표 1>에서 사각형의 수가 2일 때 꼭짓점의 수는 7, 사각형의 수가 3일 때 꼭짓점의 수는 10과 같이 두 양 사이의 관계를 수평적으로 파악하고, 나아가 임의의 사각형의 수에 대응하는 꼭짓점의 수는 (꼭짓점의 수) = (사각형의 수) × 3 + 1이라는 관계를 추론하는 유형이 이에 해당된다. 많은 학생들은 이전 학습의 영향으로 두 양 사이의 관계를 재귀적 패턴으로 인식하는 경향이 강하므로 교사는 학생이 두 양의 변화를 동시에 고려할 수 있도록 지도해야 한다.



### 3. 규칙과 대응을 지도하기 위한 핵심 교수·학습 요소

가르치는 내용에 따라 특별히 더 강조하거나 고려해야 할 교수·학습 요소들이 있다. 방정숙, 선우진, 김은경(2017)은 규칙과 대응의 지도와 관련된 여러 선행 연구를 검토하여 규칙과 대응을 지도할 때 특히 고려해야 할 교수·학습 요소를 <표 2>와 같이 도출하였다(p.122). 이를 바탕으로 교사는 이 단원을 지도하는 과정에서 실생활 맥락의 반영, 다양한 유형의 패턴 과제 활용, 두 양 사이의 대응 관계 탐구, 변수를 사용한 관계 표현에서의 의미 지도와 같은 교수·학습 요소를 고루 반영하였는지 자체적으로 점검해 볼 수 있을 것이다.

<표 2> 규칙과 대응을 지도하기 위한 핵심 교수·학습 요소

핵심 교수·학습 요소	설명
I. 실생활 맥락의 반영	실생활 및 주변 현상에서 찾을 수 있는 대응 관계를 다루고, 대응 관계에 대한 이해를 바탕으로 실생활 및 주변 현상을 이해할 수 있도록 지도하기
II. 다양한 유형의 패턴 과제 활용	두 양 사이의 관계를 다룰 때에는 수로 표현되는 패턴(수 패턴) 과제 및 그림이나 도형 등으로 표현되는 패턴(기하 패턴) 과제, 또는 덧셈 관계나 곱셈 관계 등 다양한 유형의 패턴 과제를 활용하여 지도하기
III. 두 양 사이의 대응 관계 탐구	두 양 사이의 대응 관계를 탐구할 때에는 한 양의 변화에 초점을 두기보다 (재귀적 탐색) 두 양의 변화를 동시에 고려할 수 있도록(대응적 탐색) 다양한 활동을 구성하여 지도하기
IV. 변수를 사용한 관계 표현에서의 의미 지도	두 양 사이의 대응 관계를 □, △ 등의 기호를 사용하여 식으로 나타내고, 대응 관계를 나타내는 식을 보고 두 양 사이의 대응 관계를 이해할 수 있도록 지도하며, 이때 변수 사용의 필요성, 변수가 나타내는 의미, 변수 사용에 대한 유연성 등을 고려하여 의미 있게 지도하기

### 4. 두 양 사이의 대응 관계를 지도하기 위한 교수 전략

대응 관계를 지도할 때에는 학생이 두 양 사이의 대응 관계를 탐구하는 데 도움이 되도록 지도해야 한다. 이런 측면에서 유용한 교수 전략 중 두 가지만 소개하면 다음과 같다(방정숙, 선우진, 2017).

#### 가. 비연속적인 대응표의 활용

두 양 사이의 대응 관계를 탐구할 때 흔히 사용되는 것이 대응표이다. 그러나 대응표를 제시하는 방식에 따라 두 양 사이의 관계를 탐구하는 데 서로 다른 영향을 미치기도 한다. 예를 들어 [그림 1]에서 영화 상영 시간과 그림의 수 사이의 관계를 탐구할 때 ㉠과 같은 대응표를 사용하거나 ㉡과 같은 대응표를 사용할 수 있다.

영화가 1초 동안 상영되려면 그림이 20장 필요합니다. 영화 상영 시간과 필요한 그림의 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보세요.

①	시간(초)	1	2	3	4	5	6	7	.....
	그림의 수(장)	20	40						.....

②	시간(초)	1	2	5	9	.....	□
	그림의 수(장)				120	.....	

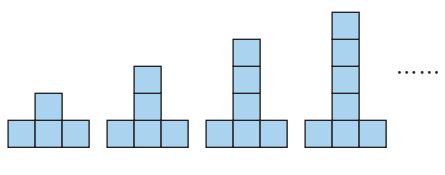
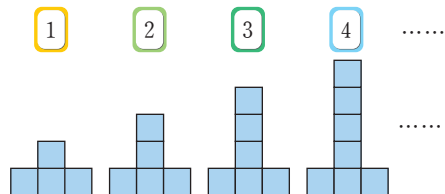
[그림 1] 두 가지 다른 방식의 대응표

㉠과 같은 대응표를 사용할 때에는 학생이 두 양 사이의 관계를 모르더라도 그림의 수를 20, 40, 60, 80.....과 같이 기록할 수 있을 것이다. 즉, 학생이 시간과 그림의 수를 동시에 고려하기보다 그림의 수가 20씩 증가하는 데 주목하기 쉽도록 대응표가 제시된 것이라고 볼 수 있다. 이에 비해, ㉡과 같은 대응표를 사용할 때에는 한 양에만 주목하는 경우 빈칸을 채우기가 어렵기 때문에 시간과

그림의 수를 동시에 주목할 가능성이 더 높다. 특히, 시간을 제시하는 데 있어서 ㉠과 같은 대응표에서 처럼 일정한 단위로 순차적으로 제시하지 않았기 때문에 학생은 두 양 사이의 관계에 주목할 수밖에 없을 것이다. 또한 ㉡과 같은 대응표에서는 종속변수(그림의 수)에 대한 대응값을 역으로 확인하는 과정을 포함하고 있다는 점에 주목할 필요가 있다. 이는 ㉠과 같은 대응표에서 독립변수(시간)에 대한 대응값만을 물어보고 있는 것과 구별된다. 이와 같은 측면에서 수업 시간에 대응표를 활용할 때에는 두 양의 변화를 동시에 고려하는 데 적절한지 검토하고, 필요한 경우 의도에 맞게 수정하여 활용할 필요가 있다.

나. 도형 패턴 지도 시 위치 번호 카드의 사용

여러 선행 연구에서는 대응 관계를 탐구할 때 규칙적인 도형의 배열을 많이 활용한다. 규칙적인 도형의 배열에서는 어린 학생들도 수의 변화를 시각적으로 파악할 수 있기 때문이다. 이와 관련하여 도형 패턴을 지도할 때 도형의 배열 순서에 따라 수 카드를 놓은 경우와 그렇지 않은 경우를 비교하여 생각해 볼 수 있다.

<p>㉠ 은수는 그림과 같이 사각형 블록으로 규칙적인 모양을 만들고 있습니다. 모양을 만든 순서와 사각형 블록 수 사이의 대응 관계를 알아봅시다.</p>	<p>㉡ 세영이는 그림과 같이 사각형 블록으로 규칙적인 모양을 만들고 있습니다. 모양을 만든 순서에 따라 수 카드를 놓을 때 모양을 만든 순서와 사각형 블록 수 사이의 대응 관계를 알아봅시다.</p>
	

[그림 2] 도형 패턴 지도 시 위치 번호 카드의 사용

㉠처럼 배열 순서에 따라 수 카드를 놓은 경우에 학생은 ‘만든 순서’라는 독립변수를 보다 명시적으로 인식할 수 있을 것이다. 또한 위의 예의 경우 카드의 수가 규칙적인 모양에서 증가하는 부분과 일치하기 때문에 두 양 사이의 대응 관계를 추론하는 데 효과적인 것이다. 여기서 초점은 수 카드를 활용하여 만든 순서와 사각형 블록 수 사이의 관계를 학생들이 명시적으로 인식할 수 있게 한다는 점이다. 이처럼 배열 순서에 따라 수 카드를 놓는 전략은 도형 패턴을 지도하는 여러 선행 연구에서 ‘위치 번호 카드(position number cards)’라는 이름으로 적극 활용된다. 이를 통하여 이전 학년에서 처럼 도형의 변화에만 초점을 두기보다는 만든 순서와 도형의 변화를 동시에 고려할 수 있도록 돕는 것이다.

**자료 출처**

- 교육부(2015). 『수학과 교육과정』, 교육부 고시 제 2015-74호.
- 방정숙, 선우진, 김은경(2017). 「'규칙과 대응'에 대한 2007 개정 및 2009 개정 초등학교 수학 교과서 분석」, 『학교수학』, 19(1), 117-135.
- 방정숙, 선우진(2017). 「함수적 사고를 지도하기 위한 초등학교 교사의 지식 분석: 수학 과제 및 수업 전략에 대한 지식을 중심으로」, 『한국초등수학교육학회지』, 21(2), 343-364.
- Blanton, M., Levi, L., Crites, T., & Dougherty, B.(2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3-5*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. 방정숙, 최지영, 이지영, 김정원 공역(2017). 『대수적 사고의 필수 이해』, 서울: 교우사.

## 단원 도입

수업의 흐름

학습 동기 유발하기

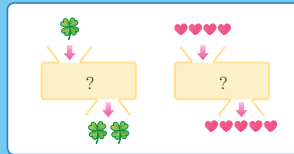
선수 학습 내용 살펴보기

공부할 내용 살펴보기

# 3

## 규칙과 대응

두 양 사이의 대응 관계를 알아볼까요?



48 수학 5-1

### + 학습 동기 유발하기

- 그림을 살펴보세요.
  - 네잎 클로버 1개를 상자에 넣었더니 2개가 되었습니다.
  - 하트 4개를 상자에 넣었더니 5개가 되었습니다.
- 어떤 질문이 있나요?
  - 여학생이 상자에 어떤 규칙이 있는지 궁금해합니다.

학습 동기 유발 그림은 이 단원의 '탐구 수학(62~63쪽)'의 일부 내용을 소재로 만든 것이다. 이 단원을 다 배우고 난 후에 다룰 내용임으로 여기서는 학생들의 학습 동기를 유발하는 정도로만 다룬다.

### + 선수 학습 내용 살펴보기 (『수학 익힘』 31쪽)

두 양 사이의 대응 관계를 지도하기 전에 4학년 1학기에 학습했던 규칙 찾기에 대한 경험을 떠올리게 한다. 구체적으로 수 배열표에서 다양한 수 배열의 규칙을 찾는 활동, 일정하게 변하는 도형이나 모양의 배열에서 규칙을 찾고 그 규칙을 말해 보는 활동을 통하여 선수 학습에 대한 이해를 확인하고, 이번 단원에서 학습할 내용에 대한 선행 조직자를 형성한다.

#### 배운 내용

- 수 배열표에서 규칙을 찾아 이야기해 보세요.
  - 가로(→)에서 수가 100씩 커집니다.
  - ↘ 방향으로 수가 110씩 커집니다.
- 모양의 배열은 어떤 규칙이 있는지 이야기해 보세요.
  - 모형(●)이 오른쪽과 위쪽으로 1개씩 늘어납니다.

필요한 경우 『수학 익힘』 31쪽의 문제를 풀어 보세요.

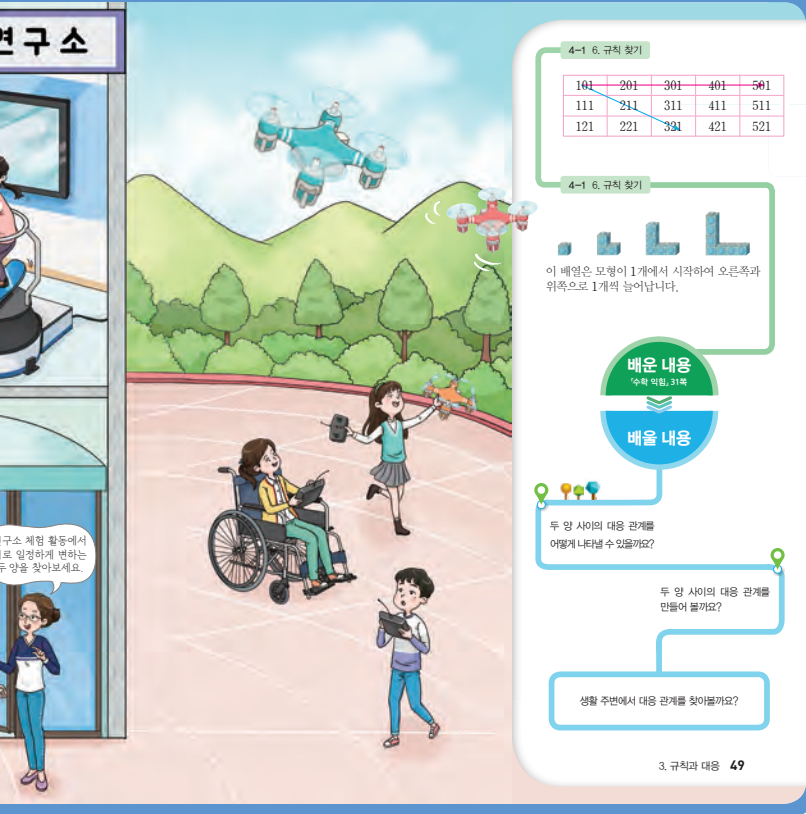
### + 공부할 내용 살펴보기

준기, 연수, 지혜, 슬기는 두 선생님과 함께 전자 과학 연구소에 현장 학습을 갔다. 전자 과학 연구소에서는 로봇을 직접 조립해 보는 활동, 드론을 조립하고 조종해 보는 활동 등을 할 수 있으며, 미래 전시실에는 인공 지능 로봇을 만날 수도 있다. 그림을 살펴봄에 전자 과학 연구소의 체험 활동과 관련하여 학생들의 경험에 대하여 이야기를 나눈다. 그와 더불어 그림에서 서로 일정하게 변하는 두 양을 찾아보게 한다. 이러한 활동을 통하여 이 단원에서 공부하게 될 학습 내용에 대한 흥미와 관심을 유발하고, 생활 속에서 발견할 수 있는 다양한 대응 관계에 대하여 비형식적인 지식을 형성할 수 있다.

#### 들려줄 이야기

준기네 반 학생들은 전자 과학 연구소로 현장 체험 학습을 가려고 해요. 전자 과학 연구소는 미래 생활에서 활용될 첨단 과학 기술을 연구하는 곳이지요. 선생님께서는 전자 과학 연구소에 가면 그동안 영화나 책에서만 보던 로봇과 첨단 기계들을 볼 수 있다고 설명해 주셨어요. 그리고 로봇도 직접 만들고, 여러 가지 인공 지능 로봇도 볼 수 있다고 말씀해 주셨죠. 또, 드론을 직접 조종해 볼 수 있다고도 하셨어요. 준기네 반 친구들은 신나는 소식에 환호성을 질렀지요. “야호! 내가 직접 로봇을 만들 수도 있다고?” “인공 지능 로봇도 만날 수 있대!” 드디어 전자 과학 연구소에 도착한 준기네 반 학생들은 연구소의 멋진 모습을 보고 기대감에 한껏 부풀어 올랐어요. 우리 다 함께 전자 과학 연구소를 구경해 볼까요?

- 준기네 반 친구들이 현장 체험 학습을 간 장소는 어디인가요?
  - 전자 과학 연구소입니다.



- 전자 과학 연구소는 수학과 어떤 관련이 있을까요?
  - 로봇을 만들 때 수학이 필요할 것 같습니다.
  - 드론을 조종할 때 수학이 사용됩니다.
  - 코딩을 할 때 수학이 사용되는 것 같습니다.
- 전자 과학 연구소에서는 어떤 체험 활동을 할 것 같나요?
  - 로봇을 조립하는 활동을 할 것 같습니다.
  - 드론을 직접 조종해 볼 수 있을 것 같습니다.
  - 가상 현실을 체험해 볼 수 있을 것 같습니다.
  - 인공 지능 로봇도 볼 수 있을 것 같습니다.

단원의 그림과 관련하여 학생들이 다양한 사전 경험을 나누는 활동을 통하여 이 단원에 대한 흥미와 관심을 유발한다.

- 연구소 체험 활동에서 서로 일정하게 변하는 두 양을 찾아봅시다. 그리고 두 양이 일정하게 변한다고 생각하는 이유도 이야기해 보세요.
  - 책상의 수와 학생의 수가 서로 일정하게 변합니다. 선생님이 한 책상 앞에 2명씩 서라고 이야기하셨기 때문입니다.
  - 드론의 수와 날개의 수가 서로 일정하게 변하는 것 같습니다. 드론 한 개마다 4개의 날개가 있기 때문입니다.
  - 가상 현실 체험에서 한 학생이 하나의 체험기를 사용합니다. 그래서 학생의 수와 체험기의 수도 서로 일정하게 변하는 것 같습니다.
  - 학생들이 조립하는 로봇에서 사각판의 수와 바퀴의 수도 서로 일정하게 변합니다. 여학생이 사각판 1개에 바퀴 2개를 짝 짓는다고 이야기했기 때문입니다.
- 여러분이 찾은 두 양 중에서 책상의 수와 학생의 수를 살펴보세요. 책상의 수와 학생의 수 사이에는 어떤 관계가 있을까요?
  - 책상 1개당 학생 2명씩 항상 짝 지을 수 있습니다.
  - 책상 1개에는 학생 2명, 책상 2개에는 학생 4명…… 이렇게 항상 2배 차이가 나는 것 같습니다.

+ 수학 교과 역량

이런 활동을 할 수 있어요

- 서로 일정하게 변하는 두 양을 찾는 카드 놀이 하기

창의·융합 의사소통 태도 및 실천

- 종이 카드를 15~20장 준비한다.
- 모둠원이 카드에 각각 학교생활과 관련된 단어를 적는다.
- 카드를 모아서 섞은 후 뒤집어 놓는다.
- 순서를 정해 카드를 뒤집어, 카드에 적힌 단어와 서로 관계가 있는 양을 말한다.
- 모둠원이 두 양이 서로 일정하게 변하고 있다고 인정하면 그 카드를 가진다.

- 서로 일정하게 변하는 두 양에 대한 다양한 사례를 찾아보는 활동을 통하여 일상생활과 주변 현상에서 다양한 대응 관계를 발견할 수 있다는 것을 인식하게 한다.
- 자신의 생각을 친구들과 공유하며 협력하는 활동에서 다른 사람을 배려하고 존중할 수 있는 태도를 실천하도록 한다.

- 체험 활동 중 학생들이 여러 가지 부품들을 사용하여 로봇을 조립하는 장면을 살펴보세요. 여러분도 모양 조각 두 가지가 서로 규칙적으로 변화도록 배열을 만들어 볼 수 있을까요?

- 잘 모르겠습니다.  
- 두 모양 조각 사이의 규칙을 정하면 만들 수도 있을 것 같습니다.

- 지금까지 알아본 내용을 통하여 3단원에서는 무엇을 공부할지 생각해 보세요.

- 두 양 사이의 대응 관계를 어떻게 나타내는지에 대해 공부할 것 같습니다.  
- 두 양 사이의 대응 관계를 만들 수 있는지에 대해 공부할 것 같습니다.  
- 생활 주변에서 찾아볼 수 있는 대응 관계에 대해 공부할 것 같습니다.

배울 내용

- 이 단원을 다 배우고 난 후 해결할 수 있어야 할 질문을 살펴보세요.
  - (배울 내용에 제시한 3가지 질문을 읽는다.)

이 단원에서 학습할 내용에 대한 관심과 호기심을 일으키기 위하여 학생들의 다양한 의견을 수용하고, 서로의 생각을 이야기할 수 있는 자유로운 분위기를 만든다.

- 1차시의 활동은 학생들이 대응 관계를 학습하기 전에 서로 일정하게 변하는 두 양에 주목할 수 있도록 하는 데 목적이 있다. 이에 학생들이 서로 일정하게 변하는 두 양을 다양하게 찾아보고, 두 양이 어떻게 변하는지 말해 보는 데 초점을 둔다.
- 1차시 활동을 통해 학생들이 '서로 대응하는 두 양'이란 서로 일정하게 변하는 두 양, 서로 일정하게 짝 지을 수 있는 두 양이라는 것을 비형식적으로 이해할 수 있도록 지도한다. 나아가 이러한 비형식적 지식을 통해 대응 관계란 한 양이 변할 때 다른 양이 그에 종속하여 변하는 두 양이라는 것을 이해할 수 있도록 지도한다.
- 배울 내용은 1차시에서 답을 찾는 것이 아니라 이 단원을 배운 후에 답할 수 있는 내용으로 구성된 것임에 유의한다.