

최대공약수를 구하는 방법을 알아볼까요

학습 목표

- 최대공약수를 구하는 방법을 알고 이를 구할 수 있다.

수업의 흐름

도입	두 수를 여러 수의 곱으로 나타내기
전개	<ul style="list-style-type: none"> • 두 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수를 구하는 방법 알아보기 • 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수를 구하는 방법 알아보기
정리	최대공약수를 여러 가지 방법으로 구하기

1 두 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수를 구하는 방법 알아보기

- 주어진 두 수를 두 수의 곱으로 나타낸 곱셈식에 공통으로 들어 있는 수 중에서 가장 큰 수를 찾아 최대공약수를 구할 수 있도록 안내한다.
- 12와 18을 두 수의 곱으로 나타내어 보세요.
 - $12=1 \times 12$, $12=2 \times 6$, $12=3 \times 4$ 입니다.
 - $18=1 \times 18$, $18=2 \times 9$, $18=3 \times 6$ 입니다.
- 12와 18의 최대공약수를 어떻게 구했는지 **방법 1**과 **방법 2**를 비교하여 이야기해 보세요.
 - **방법 1**은 두 수의 곱으로 나타낸 곱셈식에 공통으로 들어 있는 수 중에서 가장 큰 수를 찾아 최대공약수를 구하는 방법입니다. 12와 18을 두 수의 곱으로 나타낸 곱셈식($12=2 \times 6$, $18=3 \times 6$)에 공통으로 들어 있는 수 중에서 가장 큰 수는 6이므로 12와 18의 최대공약수는 6입니다.
 - **방법 2**는 두 수를 공통으로 나눌 수 있는 수 중에서 가장 큰 수를 찾아 최대공약수를 구하는 방법입니다. 공약수는 두 수를 공통으로 나눌 수 있는 수로, 공약수 중에서 가장 큰 수가 최대공약수입니다. 따라서 12와 18의 공약수 중 가장 큰 6이 최대공약수입니다.
- 6이 12와 18의 최대공약수인 이유를 이야기해 보세요.
 - **방법 2**에서 12와 18을 공통으로 나누는 수 6은 **방법 1**에서 두 수의 곱으로 나타낸 곱셈식에 공통으로 들어 있는 수 중 가장 큰 수인 6과 같으므로 12와 18의 최대공약수는 6입니다.

2 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수를 구하는 방법 알아보기

- 주어진 두 수의 크기가 커서 두 수의 곱으로 나타내기 어려운 경우 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식 중에서 공통으로 들어 있는 곱셈식을 찾아 최대공약수를 구할 수 있도록 안내한다.

수학 익힘, 24~25쪽

최대공약수를 구하는 방법을 알아볼까요

1 12와 18을 각각 두 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수를 구하는 방법을 알아봅시다.

- 12와 18을 두 수의 곱으로 나타내어 보세요.

$12=1 \times 12$

$12=2 \times 6$

$12=3 \times 4$

$18=1 \times 18$

$18=2 \times 9$

$18=3 \times 6$

공통으로 들어 있는 가장 큰 수를 찾아보세요.

- 12와 18의 최대공약수를 어떻게 구했는지 **방법 1**과 **방법 2**를 비교하여 이야기해 보세요.

방법 1

$12=2 \times 6$

$18=3 \times 6$

\downarrow \downarrow
 12와 18의 최대공약수

방법 2

$12 \text{와 } 18 \text{의 공약수} \rightarrow 6 \mid \begin{array}{r} 12 \\ 18 \end{array} \begin{array}{r} 2 \\ 3 \end{array}$

$6 \Rightarrow 12 \text{와 } 18 \text{의 최대공약수}$

- 6이 12와 18의 최대공약수인 이유를 이야기해 보세요.

- 45와 75를 두 수의 곱으로 나타내어 보세요.
 - $45=1 \times 45$, $45=3 \times 15$, $45=5 \times 9$ 입니다.
 - $75=1 \times 75$, $75=3 \times 25$, $75=5 \times 15$ 입니다.
- 45와 75를 여러 수의 곱으로 나타내어 보세요.
 - $45=5 \times 9$ 는 $45=5 \times 3 \times 3$ 으로 나타낼 수 있습니다.
 - $75=5 \times 15$ 는 $75=5 \times 3 \times 5$ 로 나타낼 수 있습니다.
- 45와 75의 최대공약수를 어떻게 구했는지 **방법 1**과 **방법 2**를 비교해 보세요.
 - **방법 1**은 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수를 구하는 방법입니다.
 - **방법 2**는 두 수의 공통인 약수를 이용하여 최대공약수를 구하는 방법입니다.
- 방법 1**에서 $5 \times 3=15$ 가 45와 75의 최대공약수인 이유를 이야기해 보세요.
 - $45=5 \times 3 \times 3$, $75=5 \times 3 \times 5$ 에서 5×3 이 공통으로 들어 있는 수 중 가장 큰 수이므로 $5 \times 3=15$ 가 45와 75의 최대공약수입니다.
- 방법 2**에서 45와 75의 최대공약수를 어떻게 구했는지 **방법 1**을 이용하여 설명해 보세요.
 - **방법 2**에서 45와 75를 공통으로 나누는 수 5와 3은 **방법 1**에서 두 수를 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식에 공통으로 들어 있는 수와 같습니다. $45=5 \times 3 \times 3$, $75=5 \times 3 \times 5$ 에서 5×3 이 공통으로 들어 있는 수 중 가장 큰 수이므로 $5 \times 3=15$ 가 45와 75의 최대공약수입니다.

3 최대공약수를 여러 가지 방법으로 구하기 과정 중심 평가

- 24와 40의 최대공약수를 여러 가지 방법으로 구해 보세요.
 - 24의 약수: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
 - 40의 약수: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40
 - 24와 40의 공약수: 1, 2, 4, 8 \Rightarrow 24와 40의 최대공약수: 8

2 45와 75를 각각 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수를 구하는 방법을 알아봅시다.

- 45와 75를 두 수의 곱으로 나타내어 보세요.

$$\begin{array}{lll} 45=1 \times 45 & 45=3 \times 15 & 45=5 \times 9 \\ 75=1 \times 75 & 75=3 \times 25 & 75=5 \times 15 \end{array}$$

- 45와 75를 여러 수의 곱으로 나타내어 보세요.

$$\begin{array}{ll} 45=5 \times 9 & 75=5 \times 15 \\ 45=5 \times 3 \times 3 & 75=5 \times 3 \times 5 \end{array}$$

수가 커서 두 수의 곱으로 나타내기 어려운 때는 이런 수의 곱을 이용할 수 있어요.

- 45와 75의 최대공약수를 어떻게 구했는지 방법 1)과 방법 2)를 비교해 보세요.

방법 1

$$\begin{array}{ll} 45=5 \times 3 \times 3 & 75=5 \times 3 \times 5 \\ \parallel & \parallel \\ 15 & 15 \end{array} \Rightarrow 45 \text{와 } 75 \text{의 최대공약수}$$

방법 2

$$\begin{array}{r} 45 \text{와 } 75 \text{의 공약수} \rightarrow 5 \quad 5 \overline{) 45 \quad 75} \\ 9 \text{와 } 15 \text{의 공약수} \rightarrow 3 \quad 3 \overline{) 9 \quad 15} \\ \hline 5 \times 3 = 15 \Rightarrow 45 \text{와 } 75 \text{의 최대공약수} \end{array}$$

- 방법 1)에서 $5 \times 3 = 15$ 가 45와 75의 최대공약수인 이유를 이야기해 보세요.
- 방법 2)에서 45와 75의 최대공약수를 어떻게 구했는지 방법 1)을 이용하여 설명해 보세요.

3 24와 40의 최대공약수를 여러 가지 방법으로 구해 봅시다. 8

- $24=1 \times 24, 24=2 \times 12, 24=3 \times 8, 24=4 \times 6$
 $40=1 \times 40, 40=2 \times 20, 40=4 \times 10, 40=5 \times 8$
 곱셈식 중에서 공통으로 들어 있는 수가 가장 큰 식:
 $24=3 \times 8, 40=5 \times 8 \Rightarrow 24 \text{와 } 40 \text{의 최대공약수: } 8$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 40} \\ 4 \overline{) 12 \quad 20} \\ \hline 3 \quad 5 \end{array} \Rightarrow 24 \text{와 } 40 \text{의 최대공약수: } 2 \times 4 = 8$$

▶ 최대공약수의 의미를 알고, 여러 가지 방법으로 최대공약수를 구할 수 있도록 지도한다.

- 24와 40의 최대공약수를 어떻게 구했는지 짝과 함께 이야기해 보세요.
 - (짝에게 최대공약수를 구하는 방법을 설명한다.)

★ 전자 저작물의 형성 평가를 활용하세요.

+ 보충 · 심화 활동

- 보충 활동 - 최대공약수 구하기
 - 24와 36의 공약수를 이용하여 구한다.
 - 최대공약수를 구하는 방법 중 1가지를 선택하여 구한다.
- 심화 활동 - 최대공약수를 구하는 방법 설명하기
 - 24와 36의 최대공약수를 구한다.
 - 24와 36의 최대공약수를 구하는 방법을 친구에게 설명한다.

+ 수학 교과 역량

『수학』에서 이런 교과 역량을 지도할 수 있어요

2 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수를 구하는 방법 알아보기 **추론** **의사소통**

- 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수를 구하는 과정을 통해 수학적 원리를 이해하고 분석하는 추론 능력을 기를 수 있다.
- 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수를 구하는 방법을 설명하는 활동을 통해 의사소통 능력을 기를 수 있다.

3 최대공약수를 여러 가지 방법으로 구하기 **문제 해결** **추론**

- 문제 해결 전략을 탐색하고 최적의 해결 방안을 선택하여 문제를 해결하는 과정을 통해 문제 해결 능력을 기를 수 있다.
- 두 수의 최대공약수를 여러 가지 방법으로 구하는 활동을 통해 수학적 원리를 이해하고 분석하는 추론 능력을 기를 수 있다.

『수학 익힘』의 교과 역량 문항 살펴보기 『수학 익힘』 25쪽

6 야구공 27개와 축구공 18개를 최대한 많은 모둠에게 남김없이 똑같이 나누어 주려고 합니다. 한 모둠이 야구공과 축구공을 각각 몇 개씩 받을 수 있나요?

문제 해결 창의·융합 야구공 (3) 개
 축구공 (2) 개

- 문제에서 구하고자 하는 것과 주어진 정보를 파악하여 다양한 해결 전략을 탐색하는 활동을 통해 문제 해결 능력을 기를 수 있다.
- 실생활에 있을 만한 상황에 대하여 수학적 지식을 적용하여 해결하는 과정을 통해 창의·융합 능력을 기를 수 있다.

+ 5 에서 과정 중심 평가를 해 볼까요

평가 방법	평가 도구
관찰, 지필, 자기 평가	수학책

학습 정보	지도 방안 예시
최대공약수를 여러 가지 방법으로 구하는 경우	친구들과 최대공약수를 어떻게 구했는지 서로 이야기해 보고, 또 다른 방법이 있는지 찾아보게 한다.
최대공약수를 한 가지 방법으로 구하는 경우	1) 을 어려워하는 경우 두 수를 곱셈식으로 나타내고, 곱셈식에 공통으로 들어 있는 가장 큰 수를 찾아 최대공약수를 구하게 한다. 2) 를 어려워하는 경우 먼저 두 수의 공약수를 찾아보고 공약수로 나누어 최대공약수를 구하는 방법을 생각해 보게 한다.
최대공약수를 구하지 못하는 경우	최대공약수의 의미를 다시 지도하고, 2) 를 되짚어 보며 최대공약수를 구하는 방법을 설명해 준다.