

2

약수와 배수

단원 개관

수는 수학의 여러 영역에서 가장 기본이 되며, 수에 대한 정확한 이해와 수를 이용한 연산 능력은 수학 학습을 하는 데 기초가 된다. 이에 이 단원은 수의 연산에 중요한 요소인 약수와 배수를 쉽게 이해할 수 있도록 활동을 구성하였다.

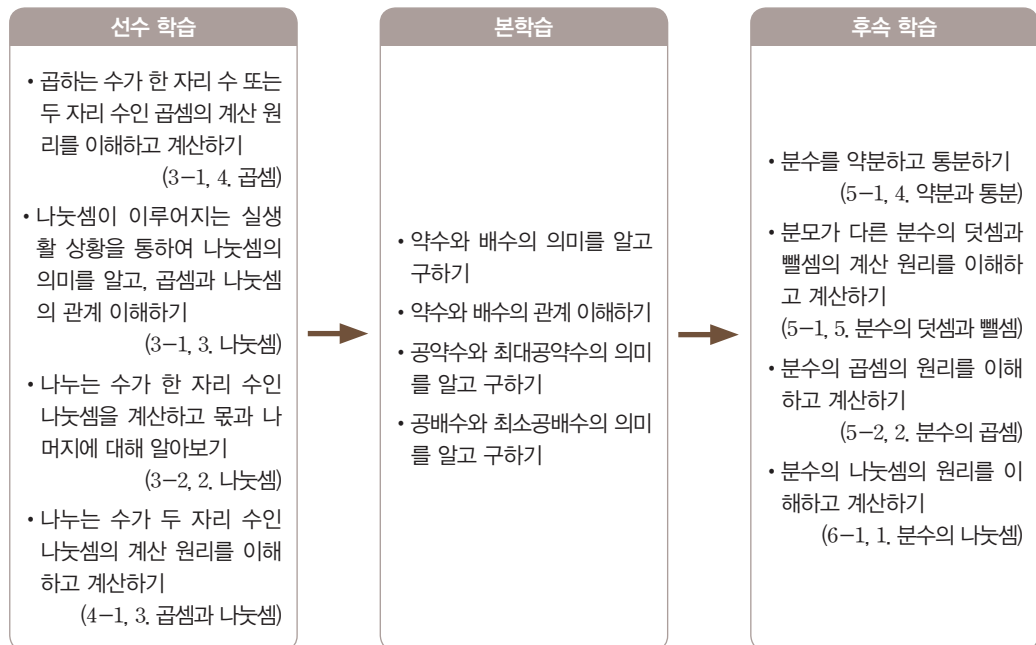
이 단원에서는 자연수의 범위에서 약수와 배수를 알아보고, 곱의 관계를 통하여 약수와 배수의 관계를 이해하게 한다. 어떤 두 자연수를 각각 나누어떨어지게 하는 약수 중에서 공통인 약수인 공약수와 공약수 중에서 가장 큰 수인 최대공약수를 이해하고 구하게 한다. 그리고 어떤 두 자연수의 몇 배에 해당하는 배수 중에서 공통인 배수인 공배수와 공배수 중에서 가장 작은 수인 최소공배수를 이해하고 구하게 한다. 또한 어떤 두 수의 공약수와 최대공약수의 관계, 공배수와 최소공배수의 관계를 알게 한다. 약수와 배수, 최대공약수와 최소공배수를 학습한 뒤에 일상생활에서 약수, 배수와 관련된 문제를 해결하고 그 해결 과정을 설명하게 하며, 주어진 수가 어떤 수의 배수인지 쉽게 판별하는 방법을 알아보게 한다.

이 단원에서 학습하는 약수와 배수, 공약수와 최대공약수, 공배수와 최소공배수는 후속 학습인 약분과 통분을 학습하는 데 직접적으로 연계되므로 학생들이 정확하게 이해하고 문제를 해결하도록 지도해야 한다.

주의 사항

- 학생들이 약수와 배수의 개념을 이해하고 실생활에 관련된 문제를 해결하게 한다.
- 최대공약수와 최소공배수를 구할 때 다양한 방법을 사용하도록 지도한다.

단원 학습 계열



교육과정

2015 개정 수학과 교육과정	
성취기준	[6수01-02] 약수, 공약수, 최대공약수의 의미를 알고 구할 수 있다. [6수01-03] 배수, 공배수, 최소공배수의 의미를 알고 구할 수 있다. [6수01-04] 약수와 배수의 관계를 이해한다.

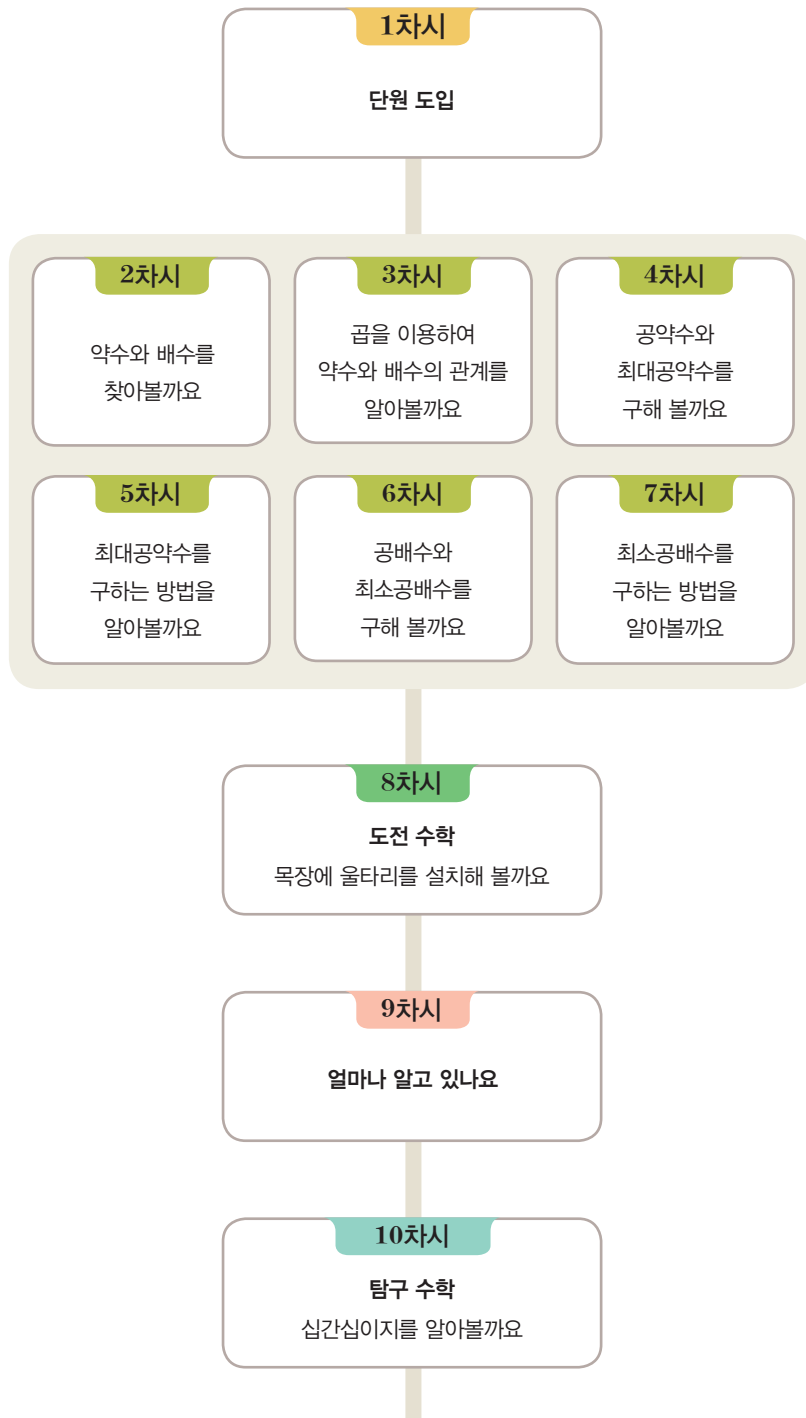
<교수·학습 방법 및 유의 사항>

- 약수와 배수는 실생활에서 활용되는 경우를 찾아 자연수 범위에서 다룬다.
- 최대공약수와 최소공배수는 두 수에 대해서 구하게 한다.

단원 학습 목표

영역	단원 학습 목표
내용	<ol style="list-style-type: none"> 1. 약수와 배수의 의미를 알고 구할 수 있다. 2. 약수와 배수의 관계를 이해할 수 있다. 3. 공약수와 최대공약수의 의미를 알고 구할 수 있다. 4. 공배수와 최소공배수의 의미를 알고 구할 수 있다. 5. 최대공약수와 최소공배수를 여러 가지 방법으로 구할 수 있다. 6. 약수와 배수에 관련된 실생활 문제를 해결할 수 있다.
교과 역량	<ol style="list-style-type: none"> 1. 약수와 배수를 구하는 방법을 알고 구하는 방법을 설명할 수 있다. 추론 의사소통 2. 주어진 수를 여러 수의 곱으로 나타내고 약수와 배수의 관계를 설명할 수 있다. 추론 의사소통 3. 두 수의 공약수와 최대공약수를 찾고 공약수와 최대공약수의 관계를 설명할 수 있다. 추론 의사소통 4. 두 수의 공배수와 최소공배수를 찾고 공배수와 최소공배수의 관계를 설명할 수 있다. 추론 의사소통 5. 최대공약수와 최소공배수를 구하는 여러 가지 방법을 설명할 수 있다. 문제 해결 추론 의사소통 6. 최대공약수를 이해하고 새로운 문제를 만들어 해결할 수 있다. 문제 해결 창의·융합 태도 및 실천 7. 배수, 공배수와 관련된 실생활 문제를 해결하고 설명할 수 있다. 문제 해결 추론 의사소통

단원의 흐름



일상생활 상황에서 약수와 배수, 공약수와 최대공약수, 공배수와 최소공배수의 의미를 알고 여러 가지 방법으로 구하게 한다. 일상생활과 관련된 약수와 배수의 문제를 해결하고 그 과정을 설명 하면서 문제 해결 능력과 의사소통 능력을 기를 수 있으며, 이를 통해 수학에 대한 흥미와 자신감을 가질 수 있다.

단원의 전개 계획

차시 『수학』 쪽수	주제	수업 내용 및 활동	교과 역량	준비물	『수학 익힘』 쪽수
1차시 26~27쪽	단원 도입	<ul style="list-style-type: none"> 실생활에서 약수와 배수가 필요한 상황을 이해하게 한다. 단원 도입 그림을 보고 약수와 배수를 관련지어 이야기하게 한다. 			17쪽
2차시 28~31쪽	약수와 배수를 찾아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 약수의 의미를 알고 자연수의 약수를 구하게 한다. 배수의 의미를 알고 자연수의 배수를 구하게 한다. 	문제 해결 추론 창의·융합 의사소통		18~19쪽
3차시 32~33쪽	곱을 이용하여 약수와 배수의 관계를 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 곱을 이용하여 약수와 배수의 관계를 알아보게 한다. 	문제 해결 추론 의사소통		20~21쪽
4차시 34~35쪽	공약수와 최대공약수를 구해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 공약수와 최대공약수의 의미를 알고 이를 구하게 한다. 공약수와 최대공약수의 관계를 이해하게 한다. 	문제 해결 추론 의사소통		22~23쪽
5차시 36~37쪽	최대공약수를 구하는 방법을 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 최대공약수를 구하는 방법을 이해하게 한다. 	문제 해결 추론 창의·융합 의사소통		24~25쪽
6차시 38~39쪽	공배수와 최소공배수를 구해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 공배수와 최소공배수의 의미를 알고 이를 구하게 한다. 공배수와 최소공배수의 관계를 이해하게 한다. 	문제 해결 추론 창의·융합 의사소통		26~27쪽
7차시 40~41쪽	최소공배수를 구하는 방법을 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 최소공배수를 구하는 방법을 이해하게 한다. 	문제 해결 추론 창의·융합 의사소통		28~29쪽
8차시 42~43쪽	[도전 수학] 목장에 울타리를 설치해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 최대공약수와 관련된 실생활 문제를 해결하게 한다. 	문제 해결 창의·융합 태도 및 실천		
9차시 44~45쪽	[얼마나 알고 있나요]	<ul style="list-style-type: none"> 다양한 문제를 해결하며 이 단원에서 배운 내용을 정리하게 한다. 	문제 해결 추론 창의·융합 의사소통 태도 및 실천		
10차시 46~47쪽	[탐구 수학] 십간십이지를 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 배수, 공배수와 관련된 실생활 문제를 해결하고 설명하게 한다. 	문제 해결 추론 의사소통		

단원 지도 유의 사항

- ① 약수와 배수의 개념을 지도할 때에는 초등학생들이 활용하기에 알맞은 수의 범위를 적절히 선택하여 개념을 쉽게 이해하도록 한다.
- ② 최대공약수와 최소공배수를 구할 때는 세 수는 다루지 않고 두 수에 대해서 구하게 한다.
- ③ 어떤 수의 배수인지를 확인하는 방법을 학습할 때 학생들이 배수를 찾아보는 과정에서 규칙을 찾아 스스로 알아내도록 지도한다.
- ④ 최대공약수와 최소공배수에 대한 평가에서 소인수의 곱으로 나타내어 구하는 방법은 다루지 않는다.
- ⑤ 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용한 최소공배수를 지도하되 너무 강조하지는 않는다.

단원 학습 평가

영역	평가 내용	관련 차시	평가 방법
내용	1. 약수와 배수의 의미를 알고 구할 수 있는가?	2~10	관찰, 구술, 지필
	2. 약수와 배수의 관계를 이해하고 있는가?	3~10	관찰, 구술, 지필
	3. 공약수와 최대공약수의 의미를 알고 구할 수 있는가?	4, 5, 8~10	관찰, 구술, 지필
	4. 공배수와 최소공배수의 의미를 알고 구할 수 있는가?	6~10	관찰, 구술, 지필
	5. 최대공약수와 최소공배수를 여러 가지 방법으로 구할 수 있는가?	5, 7, 8~10	관찰, 지필, 자기 평가
	6. 약수와 배수에 관련된 실생활 문제를 해결할 수 있는가?	8, 10	관찰, 지필, 동료 평가
교과 역량	1. 약수와 배수를 구하는 방법을 알고 구하는 방법을 설명할 수 있는가? [추론] [의사소통]	2, 9	관찰, 구술, 지필
	2. 주어진 수를 여러 수의 곱으로 나타내고 약수와 배수의 관계를 설명할 수 있는가? [추론] [의사소통]	3, 9	관찰, 구술, 지필
	3. 두 수의 공약수와 최대공약수를 찾고 공약수와 최대공약수의 관계를 설명할 수 있는가? [추론] [의사소통]	4, 9	관찰, 구술, 지필
	4. 두 수의 공배수와 최소공배수를 찾고 공배수와 최소공배수의 관계를 설명할 수 있는가? [추론] [의사소통]	6, 9	관찰, 구술, 지필
	5. 최대공약수와 최소공배수를 구하는 여러 가지 방법을 설명할 수 있는가? [문제 해결] [추론] [의사소통]	5, 7, 9	관찰, 지필, 자기 평가
	6. 최대공약수를 이해하고 새로운 문제를 만들어 해결할 수 있는가? [문제 해결] [창의·융합] [태도 및 실천]	8	관찰, 지필, 동료 평가
	7. 배수, 공배수와 관련된 실생활 문제를 해결하고 설명할 수 있는가? [문제 해결] [추론] [의사소통]	10	관찰, 지필, 동료 평가

과정 중심 평가 계획 – 5차시를 중심으로

1. 목표 및 방법

평가 목표	두 수의 최대공약수를 구하는 방법을 알고 이를 구할 수 있다. 추론 의사소통
평가 방법	관찰, 지필, 자기 평가

2. 수업 과정 및 평가 과제

수업 설계	주요 교수·학습 활동 개요	평가 계획	평가 방법
도입	전 차시 상기 및 문제 상황 이해하기 • 지난 시간에 배운 내용 점검하기 • 12와 18을 각각 두 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 살펴봄으로써 최대공약수를 구하는 방법 예상해 보기	[선수 학습 확인] 전 차시 학습에 대한 점검 • 약수를 구할 수 있는가? • 공약수와 최대공약수의 의미를 이해하는가?	4차시에서의 관찰 또는 지필
전개	두 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수를 구하는 방법 알아보기 • 12와 18을 두 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수 구하는 방법 알아보기 • 12와 18의 최대공약수를 어떻게 구했는지 방법 1 과 방법 2 를 비교하여 이야기해 보기	[과정 평가 1] • 12와 18의 최대공약수를 여러 가지 방법으로 구할 수 있는가? 추론	관찰, 지필
	여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수를 구하는 방법 알아보기 • 45와 75를 여러 수의 곱으로 나타내기 • 45와 75를 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수 구하기	[과정 평가 2] • 45와 75를 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식에서 공통으로 들어 있는 수가 두 수의 최대공약수인 이유를 말할 수 있는가? 추론 의사소통	
	• 45와 75의 최대공약수를 어떻게 구했는지 방법 1 과 방법 2 를 이용하여 이야기해 보기	[과정 평가 3] • 45와 75의 최대공약수를 어떻게 구했는지 방법 1 과 방법 2 를 관련지어 설명할 수 있는가? 추론 의사소통	
정리	정리 및 차시 예고 • 배운 내용 정리하기 • 차시 예고하기	[학습 결과 확인] • 이 차시에서의 평가 결과 분석 및 필요 시 추가적인 사후 평가 활용 • 두 수의 최대공약수를 구하는 방법을 알고 구할 수 있는가?	지필, 자기 평가

3. 평가로 파악한 학습 정보에 따른 지도 방안 예시

평가	학습 정보	지도 방안 예시
선수 학습 확인 (수업 전)	<ul style="list-style-type: none"> • 약수를 구하지 못함. • 공약수와 최대공약수의 의미를 이해하지 못함. 	<p>4차시 학습 결과 확인을 바탕으로 5차시를 계획함.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 어떤 수의 약수를 구하지 못할 경우 2차시, 3차시의 내용으로 보충 활동을 실시함. • 공약수와 최대공약수의 의미를 이해하지 못하는 학생이 많을 경우 5차시 전에 보충 활동을 실시함. • 1을 하면서 두 수의 곱으로 나타내지 못하는 경우 3차시 내용을 바탕으로 추가적으로 지도함.
과정 평가 1	<ul style="list-style-type: none"> • 방법 1 12와 18을 두 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 12와 18의 최대공약수를 구하지 못함. 	<ul style="list-style-type: none"> • 두 수의 곱으로 나타낸 곱셈식에서 최대공약수를 구하려면 곱셈식에 공통으로 들어 있는 수 중에서 가장 큰 수를 찾아야 함을 지도함. 예를 들어, $12=1 \times 12$, $12=2 \times 6$, $12=3 \times 4$, $18=1 \times 18$, $18=2 \times 9$, $18=3 \times 6$에서 두 수의 곱으로 나타낸 곱셈식에 공통으로 들어 있는 수 중에서 가장 큰 수를 찾도록 지도함.
	<ul style="list-style-type: none"> • 방법 2 나눗셈을 이용하여 12와 18의 최대공약수를 구하지 못함. 	<ul style="list-style-type: none"> • 공약수와 최대공약수의 정의를 활용하여 설명함. • 공약수는 두 수를 공통으로 나눌 수 있는 수로, 공약수 중에서 가장 큰 수가 최대공약수임을 지도함.
	<ul style="list-style-type: none"> • 여러 가지 방법으로 12와 18의 최대공약수를 구함. 	<ul style="list-style-type: none"> • 최대공약수를 어떻게 구했는지 친구들과 이야기해 보고, 또 다른 방법이 있는지 찾아보게 함. • 방법 1 과 방법 2 를 연결 지어 설명하도록 질문함. 예를 들어, $12=2 \times 6$, $18=3 \times 6$에서 6이 공통으로 들어가므로 6이 12와 18의 최대공약수가 됨을 지도함.
과정 평가 2	<ul style="list-style-type: none"> • 45와 75를 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식에서 공통으로 들어 있는 수가 최대공약수인 이유를 말하지 못함. 	<ul style="list-style-type: none"> • 약수, 공약수, 최대공약수의 의미를 활용하여 지도함. 예를 들어, $45=5 \times 3 \times 3$, $75=5 \times 3 \times 5$에서 5×3은 45와 75의 약수이자 45와 75의 공통인 약수, 즉 공약수가 됨. 최대공약수는 공약수 중에서 가장 큰 수이므로 5×3은 공약수 중에서 가장 큰 공약수임을 지도함.
	<ul style="list-style-type: none"> • 45와 75를 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식에서 공통으로 들어 있는 수가 최대공약수인 이유를 말함. 	<ul style="list-style-type: none"> • 방법 1 에서 두 수의 공약수와 최대공약수의 관계에 대해 질문함.
과정 평가 3	<ul style="list-style-type: none"> • 방법 2 의 나눗셈을 이용하여 45와 75의 최대공약수를 구하는 방법을 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 45와 75의 최대공약수를 구하는 방법 1 과 관련지어 설명하지 못함. 	<ul style="list-style-type: none"> • 방법 1 과 방법 2 를 연결 지어 설명하도록 지도함. 예를 들어, $45=5 \times 3 \times 3$, $75=5 \times 3 \times 5$에서 5×3이 공통으로 들어가므로 $5 \times 3=15$가 최대공약수임을 지도함.
	<ul style="list-style-type: none"> • 방법 2 의 나눗셈을 이용하여 45와 75의 최대공약수를 구하는 방법을 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 45와 75의 최대공약수를 구하는 방법 1 과 관련지어 설명할 수 있음. 	<ul style="list-style-type: none"> • 방법 2 에서 두 수의 공약수와 최대공약수의 관계에 대해 질문함.
학습 결과 확인 (후속 차시 선수 학습 확인)	<ul style="list-style-type: none"> • 방법 1 로 최대공약수를 구하지 못함. • 방법 2 로 최대공약수를 구하지 못함. 	<p>학습 결과 확인(지필 평가 또는 자기 평가)을 바탕으로 6차시를 계획함.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1, 2를 되짚어 보며 최대공약수를 구하는 방법을 이해하도록 지도하고, 3에서 두 수를 바꾸어 다시 논의해 보는 보충 활동을 실시함.

단원 배경 지식

1. 약수와 배수

약수와 배수를 수학적으로 정의하면 $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ 에서 $a, b \in N$ 에 대하여 $b = ac$ 인 $c \in N$ 이 존재할 때, a 를 b 의 약수, b 를 a 의 배수라 한다. 어떤 두 수 a, b 의 공약수란 a 의 약수도 되고, b 의 약수도 되는 수를 말한다. 공약수 중에서 가장 큰 수를 최대공약수라고 한다. 어떤 두 수 a, b 의 공배수란 a 의 배수도 되고, b 의 배수도 되는 수를 말한다. 공배수 중에서 가장 작은 수를 최소공배수라고 한다(김성준 외 7인, 2013).

약수와 배수는 초등학교 수학과 교육과정의 수와 연산 영역에서 전통적으로 5학년에서 지도되어 왔다. 학생들이 하위 학년에서 이미 학습한 곱셈과 나눗셈의 연산 개념을 바탕으로 정의되며, 후속 학습으로 5학년의 약분과 통분, 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈의 기초가 되며, 중학교에서 다항식의 약수와 배수 학습의 기초가 되기도 한다.

이번 단원 지도에서 특히 유의할 점은 자연수의 범위에서만 약수와 배수를 다루는 것이다. 아직 정수를 배우지는 않았으므로, 예를 들어 -2 가 4 의 약수인지는 중요한 문제로 제기되지 않을 수 있다. 그러나 $8 \times 0 = 0$ 이라는 사실로부터 0 은 8 의 배수인지를 궁금해할 수는 있을 것이다. 수학적으로 0 은 모든 수의 배수이지만 이번 단원 지도에서는 강조하지 않도록 유의할 필요가 있다.

또한 암묵적인 지식의 사용에 유의할 필요가 있다. 예를 들어 b 가 a 의 배수이고, c 도 a 의 배수이면 $b \times c$ 는 a 의 배수라는 사실을 생각해 보자. 이는 수학적으로 증명된 것이기는 하지만 문제 해결 상황에서 필요하더라도 너무 드러내지 않도록 유의할 필요가 있다.

2. 약수와 배수 단원 지도의 유의점

이 단원을 지도할 때 유의할 점은 다음과 같다.

첫째, 약수와 배수에 관련된 충분한 구체물 또는 반구체물 조작 활동을 통하여 학생들이 약수와 배수, 최대공약수와 최소공배수의 의미를 이해하도록 도울 필요가 있다. 수와 연산 영역의 학습에서 나타나는 문제점 중의 하나는 학생들이 학습한 후 계산 알고리즘만 기억하고 각각의 개념이나 계산 방법에 대한 의미나 원리를 충분히 파지하지 못한다는 것이다. 이를 위하여 이 단원에서는 구체물이나 반구체물을 이용하는 활동을 통하여 각각의 개념에 의미를 부여하면서 지도할 수 있도록 하였다.

둘째, 두 수의 최대공약수와 최소공배수를 구하는 방법을 지도할 때 이번 교과서에서 시도하는 방법을 명확히 이해하고 지도할 필요가 있다. 학교 수학에서 최대공약수와 최소공배수를 구하는 방법은 크게 두 가지로 지도한다. 하나는 두 수의 공약수나 공배수를 구한 다음 가장 큰 공약수나 가장 작은 공배수를 찾는 것이다. 다른 하나는 두 수를 각각 소인수분해한 다음 공통으로 들어 있는 약수의 곱을 구하거나 이를 이용하여 최소공배수를 구하는 것이다. 이번 단원에서는 이 두 가지 방법의 중간 단계의 방법을 적용하고 있다.

예를 들어 12 와 18 의 최대공약수를 구하는 경우 12 와 18 를 각각 약수의 곱으로 나타내는 다음의 두 가지 방법을 생각해 볼 수 있다.

방법 1 $12 = 2 \times 6$ $18 = 3 \times 6$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">↓</div> <div style="text-align: center;">↓</div> </div> <p style="text-align: center;">12와 18의 최대공약수</p>	방법 2 $12 = 2 \times 2 \times 3$ $18 = 2 \times 3 \times 3$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> </div> <div style="text-align: center;"> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">6</div> <div style="text-align: center;">6</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">↓</div> <div style="text-align: center;">↓</div> </div> <p style="text-align: center;">12와 18의 최대공약수</p>
---	---

12와 18을 약수들의 곱으로 나타낼 때 **방법2**는 소인수분해한 것인 반면, **방법1**은 소인수가 아닌 약수의 곱으로 나타낸 것이다. 교육과정의 위계에서 학생들이 소수 또는 소인수분해를 다루는 것은 중학교이며, 이에 따라 5학년에서 소인수분해를 유도하는 것은 교육과정에 위배될 수 있다. 따라서 학생들은 두 수를 소인수 또는 소인수가 아닌 약수의 곱으로 분해한 다음 공통으로 들어 있는 가장 큰 수를 찾으면 된다. 위의 두 가지 방법은 각각 다음의 두 가지로 알고리즘화될 수 있다.

<p>방법 1</p> $12 \text{와 } 18 \text{의 공약수} \rightarrow 6 \begin{array}{r}) 12 \ 18 \\ \underline{2 \ 3} \end{array}$ <p>$6 \Rightarrow 12 \text{와 } 18 \text{의 최대공약수}$</p>	<p>방법 2</p> $12 \text{와 } 18 \text{의 공약수} \rightarrow 2 \begin{array}{r}) 12 \ 18 \\ \underline{6 \ 9} \\ \underline{2 \ 3} \end{array}$ <p>$2 \times 3 = 6 \Rightarrow 12 \text{와 } 18 \text{의 최대공약수}$</p>
--	--

최대공약수를 구하는 방법과 유사하게 최소공배수를 구할 때도 소인수분해만을 이용하지 않도록 유의할 필요가 있다. 예를 들어, 12와 20의 최소공배수를 구하는 경우 12와 20을 각각 약수의 곱으로 나타내는 다음의 두 가지 방법을 생각해 볼 수 있다.

<p>방법 1 $12 = 3 \times 4$ $20 = 4 \times 5$</p> <p>$3 \times 4 \times 5 = 60 \Rightarrow 12 \text{와 } 20 \text{의 최소공배수}$</p>	<p>방법 2 $12 = 3 \times 2 \times 2$ $20 = 2 \times 2 \times 5$</p> <p>$3 \times 2 \times 2 \times 5 = 60 \Rightarrow 12 \text{와 } 20 \text{의 최소공배수}$</p>
---	--

위의 두 가지 방법 중 **방법2**는 소인수분해한 것인 반면, **방법1**은 소인수가 아닌 약수의 곱으로 나타낸 것이다. 위의 두 가지 방법은 각각 다음의 두 가지로 알고리즘화될 수 있다.

<p>방법 1</p> $12 \text{와 } 20 \text{의 공약수} \rightarrow 4 \begin{array}{r}) 12 \ 20 \\ \underline{3 \ 5} \end{array}$ <p>$4 \times 3 \times 5 = 60 \Rightarrow 12 \text{와 } 20 \text{의 최소공배수}$</p>	<p>방법 2</p> $12 \text{와 } 20 \text{의 공약수} \rightarrow 2 \begin{array}{r}) 12 \ 20 \\ \underline{6 \ 10} \\ \underline{3 \ 5} \end{array}$ <p>$2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60 \Rightarrow 12 \text{와 } 20 \text{의 최소공배수}$</p>
---	--

3. 약수와 배수의 지도를 위한 소재

약수와 배수, 최대공약수와 최소공배수를 지도하기 좋은 소재는 직사각형 모양의 타일을 붙이는 상황이다. 예를 들어 가로가 18cm, 세로가 12cm인 직사각형 모양의 벽에 정사각형 모양의 타일을 붙여서 가득 메울 때 이용할 수 있는 가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변은 18과 12의 최대공약수인 6cm이다. 또한 가로가 12cm, 세로가 9cm인 직사각형 모양의 타일을 여러 개 붙여서 정사각형 모양을 만들 때, 만들 수 있는 가장 작은 정사각형 모양의 한 변은 12와 9의 최소공배수인 36cm이다. 다만 이 단원은 아직 학생들이 도형의 넓이를 배우지 않은 단계이므로 길이에 초점을 두어 지도할 필요가 있다. 또한 탐구 수학에서 다루고 있는 십간십이지는 최소공배수가 적용되는 좋은 예이다. 십간은 갑, 을, 병, 정, 무, 기, 경, 신, 임, 계의 10년을 주기로 반복되며, 십이지는 자, 축, 인, 묘, 진, 사, 오, 미, 신, 유, 술, 해의 12년을 주기로 반복된다. 이에 따라 12와 10의 최소공배수인 60년을 주기로 같은 해의 이름이 반복되며, 2019년이 기해년이면 60년 전인 1959년도 기해년이고, 60년 후인 2079년도 기해년이 된다.

4. 약수와 배수에 관련된 수학적 지식

여기서는 약수와 관련된 고대 그리스의 업적인 완전수와 친화수, 그리고 학생들이 암묵적으로 많이 활용하고 있는 배수 판정법에 대하여 소개하기로 한다.

먼저 완전수란 자신을 제외한 약수의 합이 자신과 같은 수를 말한다. 예를 들어, 6의 약수는 1, 2, 3, 6인데 6을 제외한 약수의 합이 $1+2+3=6$ 이므로 6은 완전수이다. 또, 28도 완전수이다.

$$28=1+2+4+7+14$$

완전수와 관련된 개념으로 부족수와 과잉수가 있다. 예를 들어, 8의 약수는 1, 2, 4, 8인데 자신을 제외한 약수의 합 $1+2+4=7$ 은 자신보다 작으므로 8을 부족수라고 한다. 또, 12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12인데 자신을 제외한 약수의 합 $1+2+3+4+6=16$ 은 자신보다 크므로 12를 과잉수라고 한다.

친화수란 어떤 두 수가 있을 때, 어느 한 수의 자신을 제외한 약수 합이 다른 수와 같을 때 두 수를 친화수라고 한다. 예를 들면 220과 284는 친화수이다.

$$220: 1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110=284$$

$$284: 1+2+4+71+142=220$$

다른 친화수로는 1184와 1210, 17296과 18416 등이 있다.

다음으로 소개할 것은 배수 판정법이다. a 의 배수가 b 라는 것은 b 가 a 로 나누어떨어진다는 의미이다. 이때, 나눗셈을 하지 않고 수의 형태로부터 특정한 수의 배수인지를 나눗셈보다 좀 더 빠르게 알아내는 방법이다.

- 2의 배수: 일의 자리가 짝수
- 3의 배수: 각 자리 수의 합이 3의 배수
- 4의 배수: 마지막 두 자리의 수(십의 자리와 일의 자리)가 00이거나 4의 배수
- 5의 배수: 일의 자리 숫자가 0, 5
- 6의 배수: 2의 배수이고 3의 배수
- 7의 배수: $abcde$ 에서 $abcd-2\times e$ 가 7의 배수
- 8의 배수: 마지막 세 자리의 수가 000이거나 8의 배수
- 9의 배수: 각 자리 수의 합이 9의 배수

위의 내용 중에 학생들이 암묵적으로 알고 있는 것도 있지만 몇 가지 유의할 점이 있다.

첫째, 위의 사실을 논리적으로 설명하는 것은 쉬운 일이 아니다. 학생들이 궁금해한다면, 예를 들어 직관적으로 설명하는 정도로 다룬다. 2, 4, 8의 배수는 3128의 예를 들어 다음과 같이 설명할 수 있다.

$$3128=3120+8 \Rightarrow 10\text{의 배수는 }2\text{의 배수이고, }8\text{도 }2\text{의 배수이므로 합은 }2\text{의 배수}$$

$$3128=3100+28 \Rightarrow 100\text{의 배수는 }4\text{의 배수이고, }28\text{도 }4\text{의 배수이므로 합은 }4\text{의 배수}$$

$$3128=3000+128 \Rightarrow 1000\text{의 배수는 }8\text{의 배수이고, }128\text{도 }8\text{의 배수이므로 합은 }8\text{의 배수}$$

3, 9의 배수는 351의 예를 들어 다음과 같이 설명할 수 있다.

$$351=3\times 100+5\times 10+1=(3\times 99+5\times 9)+3+5+1$$

$$\Rightarrow 9\text{의 배수와 자리 수 }3, 5, 1\text{의 합이므로 }3+5+1\text{이 }9\text{의 배수이면 }9\text{의 배수, }3\text{의 배수이면 }3\text{의 배수}$$

둘째, 7의 배수를 구하는 방법은 다른 것보다 복잡하며, 위에 소개된 것은 7의 배수를 판정하는 여러 가지 알고리즘 중 하나일 뿐이라는 점이다. 7의 배수 판정법은 학생들이 궁금해하는 경우 지도할 수 있지만 익숙해지기 전에는 그 유용성을 느끼기 쉽지 않다.

자료 출처

· 김성준, 김수환, 신준식, 이대현, 이종영, 임문규, 정은실, 최창우(2013). 『초등학교 수학과 교재 연구와 지도법』. 서울: 동명사.

단원 도입

수업의 흐름

학습 동기 유발하기

선수 학습 내용 살펴보기

공부할 내용 살펴보기

2

약수와 배수

약수와 배수를 알아볼까요?



26 수학 5-1

+ 학습 동기 유발하기

- 학습 동기 유발 그림을 살펴보세요.
 - 친구 두 명이 해의 이름에 대해 이야기하고 있습니다.
- 무엇을 궁금해하고 있나요?
 - 2019년을 기해년이라고 부르는 이유를 궁금해하고 있습니다.
 - 해의 이름이 바뀌는 규칙을 궁금해하고 있습니다.
 - 자신이 태어난 해의 이름을 궁금해하고 있습니다.

▶ 학습 동기 유발 그림은 이 단원의 '탐구 수학(46~47쪽)'의 일부 내용을 소재로 만든 것이다. 이 단원을 다 배우고 난 후에 다룰 내용임으로 여기서는 학생들의 학습 동기를 유발하는 정도로만 다룬다.

+ 선수 학습 내용 살펴보기 (『수학 익힘』 17쪽)

- ▶ 약수와 배수를 지도하기 전에 3학년에서 학습했던 곱셈과 나눗셈에 대한 이해 수준을 확인한다. 구체적으로 곱하거나 나누는 수가 한 자리 수 또는 두 자리 수인 곱셈, 나눗셈의 계산 원리를 이해하고 계산하는 활동을 통하여 선수 학습에 대한 이해를 확인하며, 이번 단원에서 학습할 내용에 대한 선행 조직자를 형성한다.

배운 내용

- 배운 곱셈을 확인해 보세요.
 - $20 \times 4 = 80$, $15 \times 5 = 75$ 입니다.
- 배운 나눗셈을 확인해 보세요.
 - $60 \div 3 = 20$, $36 \div 3 = 12$ 입니다.

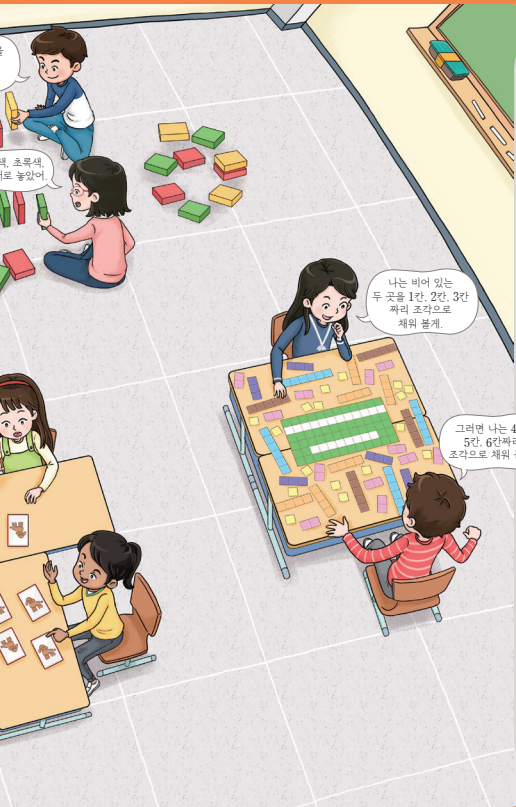
- ▶ 필요한 경우 『수학 익힘』 17쪽의 문제를 다룰 수 있다.
- ▶ 문제의 정답을 확인하는 것에 그치지보다는 학생들이 곱셈 및 나눗셈의 계산 원리를 이해하고 계산할 수 있는 기회를 제공한다.

+ 공부할 내용 살펴보기

준기네 반 친구들이 교실에서 창의적 체험 활동 시간을 이용하여 2명, 3명, 4명이 모여 보드게임을 하고 있다. 학생들은 카드 놀이나 퍼즐 맞추기, 도미노 놀이를 하고 있다. 카드 12장을 2명, 3명 또는 4명이 똑같이 나누어 가지려면 몇 장씩 나누어 가져야 하는지 살펴본다. 퍼즐 맞추기 장면에서는 크기가 다른 퍼즐 조각들 중 한 종류를 골라 비어 있는 곳을 모두 채울 수 있는 조각들은 어떤 것이 있는지 찾아본다. 도미노 놀이에서는 나무 도막을 놓는 장면에서 어떤 수학적 원리가 있는지 살펴본다. 이러한 활동을 통하여 이 단원에서 공부하게 될 학습 내용에 대한 흥미와 관심을 유발하고, 생활 속에서 발견할 수 있는 다양한 약수와 배수의 관계에 대한 수학적 개념과 원리를 이해할 수 있다.

들려줄 이야기

준기네 반 친구들은 교실에서 창의적 체험 활동 시간을 이용하여 2명, 3명, 4명이 옹기종기 모여 보드게임을 하고 있어요. 카드 놀이도 하고, 퍼즐 맞추기도 하고, 도미노 놀이도 하고 있네요. 먼저 카드 놀이를 하고 있는 친구들을 살펴볼까요? 카드 놀이를 몇 명의 친구들이 하고 있나요? 2명이 하는 친구들도 있고, 3명, 4명이 모여 하기도 하네요. 여러분들도 보드게임을 할 때 카드를 친구들과 똑같이 나누어 가져본 적이 있나요? 어떻게 하면 카드를 친구들과 똑같이 나누어 가질 수 있을까요? 여러분들도 한번 생각해 보세요. 이번에는 퍼즐 맞추기를 하고 있는 친구들을 살펴볼까요? 책상에 놓여 있는 조각들의 크기가 어떤지 살펴보세요. 조각의 크기가 다 다르죠? 이 퍼즐 맞추기는 크기가 다른 조각들 중 한 종류를 선택해서 비어 있는 두 곳을 채우는 놀이예요. “나는 1칸, 2칸, 3칸짜리 조각으로 채워 볼게.”, “그러면 나는 4칸, 5칸, 6칸짜리 조각으로 채워 볼래.” 어떤 크기의 조각들을 선택해야 비어 있는 두 곳을 모두 채울 수 있을까요? 마지막으로 도미노 놀이를 하고 있는 친구들을 살펴보세요. 친구 두 명이 나무 도막을



3-1 4. 곱셈

$$20 \times 4 = 80$$

2	0
×	4
—	—
8	0

3-2 2. 나눗셈

$$60 \div 3 = 20$$

1	1	2	
3)	3	0
—	—	—	—
0		0	
—	—	—	—
0		0	

배운 내용
『수학』 17쪽

배울 내용

비어 있는 두 곳을 모두 채울 수 있는 조각은 무엇일까요?

빨간색 나무 도막이 나란히 놓인 곳을 어떻게 찾을 수 있을까요?

두 수의 약수와 배수 사이에는 어떤 관계가 있을까요?

2. 약수와 배수 27

+ 수학 교과 역량

이런 활동을 할 수 있어요

- 곱셈과 나눗셈이 있는 카드 놀이 하기 **문제 해결** 태도 및 실천
 - ① 2~4명이 놀이에 참여한다.
 - ② 40~50장의 수 카드를 준비한다.
 - ③ 수 카드를 한 명당 7~8장씩 똑같이 나누어 가지고 남은 카드는 바닥에 뒤집어 놓고 카드 하나만 숫자가 보이도록 바닥에 놓는다.
 - ④ 순서를 정하고 바닥에 놓인 수를 보고 곱셈으로 배가 되거나 나눗셈으로 나누어떨어지는 수 카드를 가졌으면 바닥에 내려놓는다.
 - ⑤ 내려놓을 수 카드가 없을 경우나 수 카드를 잘못 내려놓았을 경우 뒤집혀 쌓여 있는 수 카드를 하나 가져간다.
 - ⑥ 번갈아 가며 놀이를 진행하고 일정 횟수가 지났을 때 수 카드를 가장 적게 가진 학생이 이긴다.

- 놀이에서 곱셈과 나눗셈을 찾아보는 활동을 통하여 일상생활 및 주변 현상에서 약수와 배수의 관계를 발견할 수 있다는 것을 인식하게 한다.
- 자신의 생각을 친구들과 공유하며 협력하는 활동을 통해 타인을 배려하고 존중할 수 있는 태도 및 실천 능력을 기를 수 있다.

놓고 있네요. “나는 노란색, 빨간색 순서로 놓고 있어.”, “나는 초록색, 초록색, 빨간색 순서로 놓고 있어.” 두 친구들이 놓고 있는 나무 도막 속에도 수학적 개념이 숨겨져 있어요. 혹시 여러분은 찾았나요? 그럼 준기네 반 친구들과 함께 보드게임 속에 숨겨진 약수, 배수와 관련한 수학적 개념을 찾으러 떠나 볼까요?

- 준기네 반 친구들은 창의적 체형 활동 시간에 무엇을 하고 있나요?
 - 보드게임을 하고 있습니다.
- 어떤 놀이를 하고 있나요?
 - 카드 놀이, 퍼즐 맞추기, 도미노 놀이를 하고 있습니다.
- 카드 놀이는 몇 명의 친구들이 하고 있나요?
 - 2명, 3명, 4명입니다.
- 카드 놀이를 할 때 카드를 똑같이 나누어 가지려면 어떻게 해야 할까요?
 - 전체 카드 수를 세어서 놀이에 참여하는 친구 수로 나눕니다.

단원 도입 그림과 관련하여 학생들이 나누는 활동을 통한 다양한 사전 경험으로 이번 단원에 대한 흥미와 관심을 유발한다.

- 퍼즐 맞추기를 살펴볼까요? 퍼즐 맞추기에서 이기려면 어떻게 해야 하나요?
 - 퍼즐 조각을 한 종류 선택해서 비어 있는 두 곳을 모두 채워야 합니다.
- 퍼즐 조각을 살펴보세요. 퍼즐 조각의 크기가 어떤가요?
 - 크기가 모두 다릅니다.
- 어떻게 퍼즐을 놓는다고 이야기하고 있나요?
 - 여학생은 1칸, 2칸, 3칸을 놓는다고 이야기하고 있습니다.
 - 남학생은 4칸, 5칸, 6칸을 놓는다고 이야기하고 있습니다.
- 어떤 퍼즐 조각을 골라야 놀이에서 이길 수 있나요?
 - 조각을 직접 놓아 봐야 알 수 있을 것 같습니다.

- 도미노 놀이를 하고 있는 친구들을 살펴보세요. 두 친구가 나무 도막을 어떻게 놓고 있다고 이야기하고 있나요?
 - 준기는 노란색, 빨간색 순서로 놓는다고 이야기하고 있습니다.
 - 지혜는 초록색, 초록색, 빨간색 순서로 놓는다고 이야기하고 있습니다.
- 두 친구가 놓고 있는 나무 도막 속에 어떤 규칙이 있나요?
 - 준기의 나무 도막은 노란색, 빨간색이 반복됩니다.
 - 지혜의 나무 도막은 초록색, 초록색, 빨간색이 반복됩니다.
- 준기가 놓은 나무 도막과 지혜가 놓은 나무 도막 사이에는 어떤 규칙이 있는지 찾아보세요.
 - 빨간색 나무 도막을 나란히 놓은 곳이 있습니다.
- 지금까지 알아본 내용을 통하여 2단원에서는 무엇을 공부할지 생각해 보세요.
 - 카드를 똑같이 나누어 가지는 방법을 배울 것 같습니다.
 - 비어 있는 두 곳을 모두 채울 수 있는 퍼즐 조각을 찾는 방법과 도미노 놀이 속의 규칙을 배울 것 같습니다.

배울 내용

- 이 단원을 다 배우고 난 후 해결할 수 있어야 할 질문을 살펴보세요.
 - (배울 내용에 제시한 3가지 질문을 읽는다.)
- 이번 단원에서 두 수의 약수와 배수 사이에 어떤 관계가 있는지 알아보도록 해요.

- 학습할 내용에 관심과 호기심을 유발하도록 학생들의 다양한 의견을 수용하고, 서로의 생각을 이야기할 수 있는 허용적인 분위기를 조성한다.
- 배울 내용은 1차시에서 답을 찾는 것이 아니라 이 단원을 배운 후에 답할 수 있는 내용으로 구성된 것임에 유의한다.