

1

자연수의 혼합 계산

단원 개관

혼합 계산은 물건을 여러 개 사고 난 후에 물건값을 지불하고 거스름돈을 받아야 하는 상황이나 물건을 여러 모듬에 똑같은 개수로 나누어 주고 남은 수를 구하는 상황에서 종종 이용된다. 따라서 학생들은 혼합 계산이 실생활 상황에서 활용된다는 것을 알고, 문제 상황을 혼합 계산식으로 표현할 수 있어야 한다. 또 학생들은 약속된 혼합 계산의 순서를 알고, 계산 순서에 따라 정확하게 계산할 수 있는 능력을 길러야 한다.

이 단원은 체험 활동에서 혼합 계산이 필요한 상황을 만들어 여러 가지 혼합 계산을 해 보는 활동으로 구성하였다. 특히 괄호가 있는 상황과 없는 상황을 같은 차시에 제시하여 차이를 비교하도록 구성했다. 구체적으로 덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 식과 곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식에서는 두 가지 다른 상황을 제시하여 괄호가 있는 식과 없는 식에서의 계산 방법을 탐구하도록 하였다. 그리고 덧셈, 뺄셈, 곱셈이 섞여 있는 식과 덧셈, 뺄셈, 나눗셈이 섞여 있는 식, 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식에서는 내용의 중복을 피하기 위하여 한 가지 상황에서 혼합 계산 순서를 탐구하도록 하였다. 이를 통해 혼합 계산에서는 계산의 순서가 중요하다는 것과 계산 순서를 달리하면 결과가 달라진다는 것을 알도록 하였다. 또한 혼합 계산이 일상생활에 이용된다는 것을 통해 수학의 유용성과 수학에 대한 태도 및 실천 능력을 기르도록 하였다.

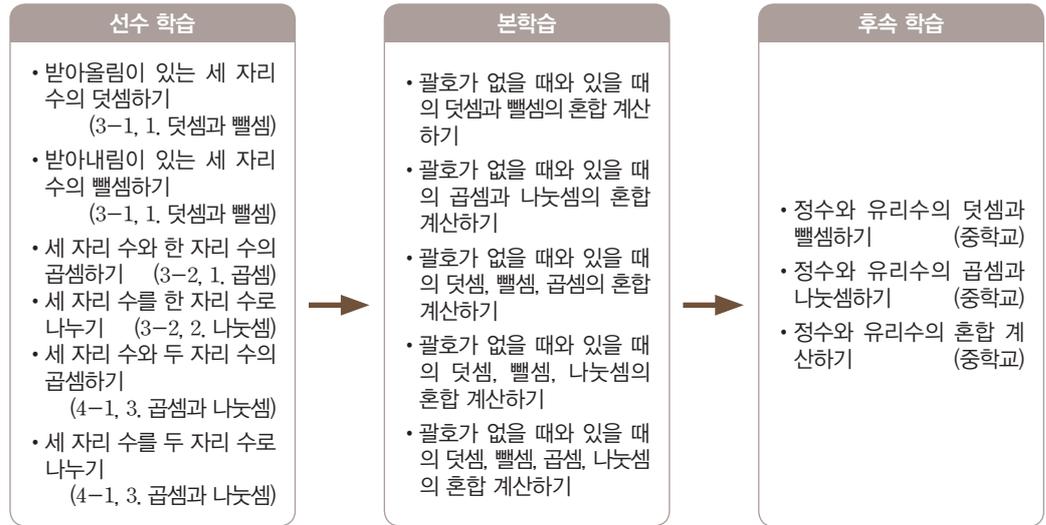
이 단원에서 학습한 혼합 계산은 중등학교 과정에서 정수와 유리수의 사칙 계산과 혼합 계산으로 이어지기 때문에 여러 가지 혼합 계산에서 계산 순서를 알고 이를 적절히 적용하여 문제를 해결할 수 있는 능력을 기르는 데 초점을 두도록 한다. 또 계산 순서가 정해진 이유를 알고 계산하도록 지도하고, 기계적인 계산이 되지 않도록 유의해야 한다.

준비할 교구: (저장 기능이 있는) 계산기

주의 사항

- 일상생활에서 혼합 계산이 필요한 상황을 발견하여 혼합 계산의 필요성을 인식하도록 한다.
- 혼합 계산의 계산 순서는 수학적인 약속이므로 순서를 달리하면 그 결과가 달라진다는 것을 학생 스스로 깨닫도록 지도한다.
- 자연수의 혼합 계산은 식의 계산 순서에 맞게 계산하는 데 초점을 두어야 하므로 지나치게 복잡한 혼합 계산은 다루지 않는다.

단원 학습 계열



교육과정

2015 개정 수학과 교육과정	
성취기준	[6수01-01] 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 혼합 계산에서 계산하는 순서를 알고, 혼합 계산을 할 수 있다.

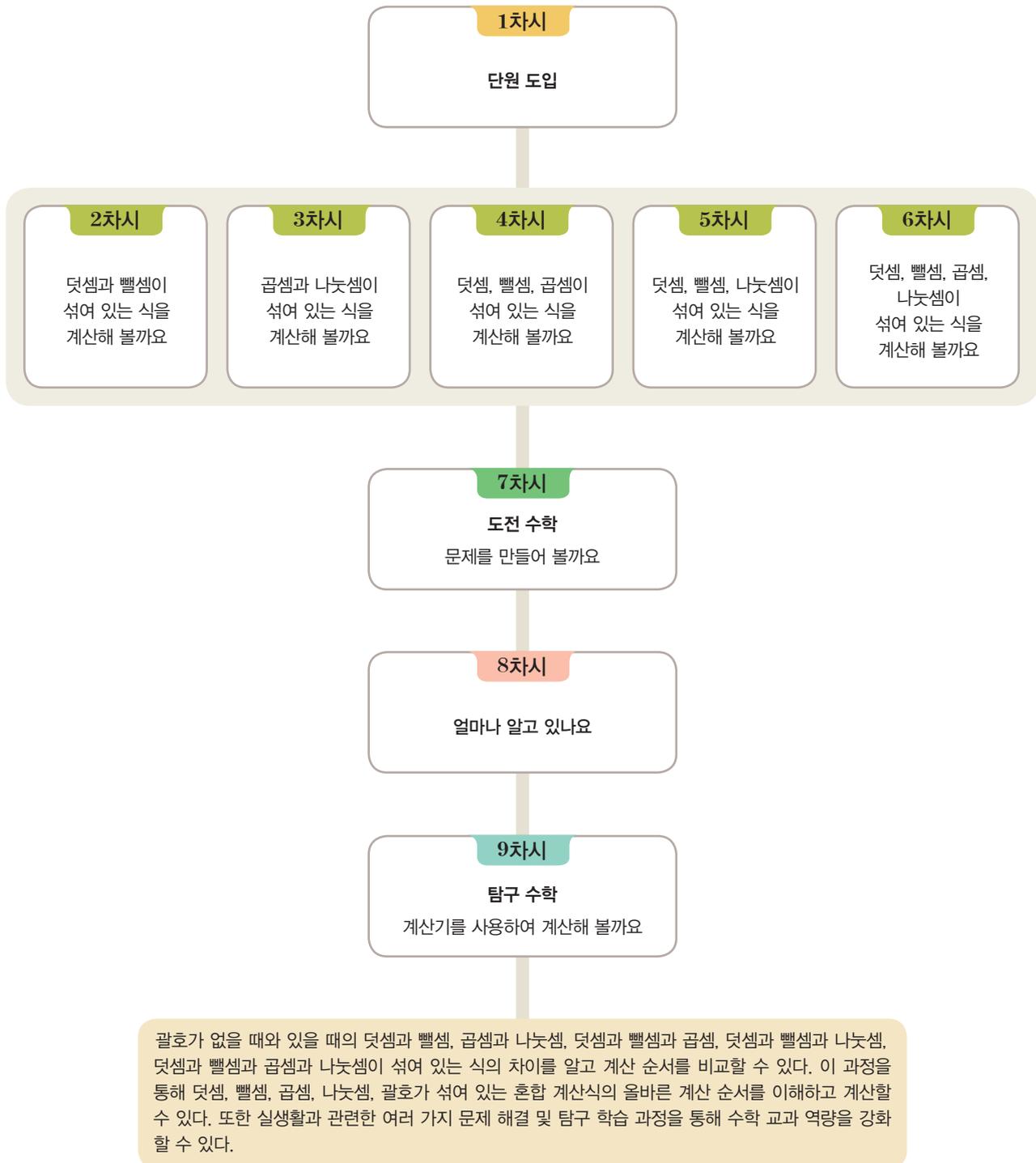
<교수·학습 방법 및 유의 사항>

- 자연수의 혼합 계산은 계산 순서에 중점을 두고, 지나치게 복잡한 혼합 계산은 다루지 않는다.
- 수와 연산 영역의 문제 상황에서 문제 해결 전략 비교하기, 주어진 문제에서 필요 없는 정보나 부족한 정보 찾기, 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기, 문제 해결 과정의 타당성 검토하기 등을 통하여 문제 해결 능력을 기르게 한다.

단원 학습 목표

영역	단원 학습 목표
내용	<ol style="list-style-type: none"> 1. 괄호가 없을 때와 있을 때의 덧셈, 뺄셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 이해하고 계산할 수 있다. 2. 괄호가 없을 때와 있을 때의 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 이해하고 계산할 수 있다. 3. 괄호가 없을 때와 있을 때의 덧셈, 뺄셈, 곱셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 이해하고 계산할 수 있다. 4. 괄호가 없을 때와 있을 때의 덧셈, 뺄셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 이해하고 계산할 수 있다. 5. 괄호가 없을 때와 있을 때의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 이해하고 계산할 수 있다.
교과 역량	<ol style="list-style-type: none"> 1. 주어진 문제 상황에 어울리는 혼합 계산식을 만들고, 계산 순서에 맞게 계산할 수 있다. 문제 해결 추론 2. 괄호가 있는 식과 없는 식의 차이를 알고, 계산 순서를 비교하여 설명할 수 있다. 추론 의사소통 3. 두 식의 계산 결과를 비교해 봄으로써 계산 순서가 정해져야 하는 필요성을 설명할 수 있다. 추론 의사소통 4. 주어진 문제를 다양한 전략으로 해결하고, 해결 방법을 짝 또는 모둠 학생들에게 설명할 수 있다. 문제 해결 의사소통 5. 혼합 계산식의 풀이 과정이 바른지 살펴보고, 계산이 바른지 않은 부분을 찾아 그 이유를 설명할 수 있다. 추론 의사소통 6. 실생활 소재를 이용하여 주어진 혼합 계산식과 조건에 어울리는 문제를 만들고, 계산 순서에 맞게 계산할 수 있다. 문제 해결 추론 창의·융합 7. 계산기의 특징을 이해하고, 이를 활용해 혼합 계산을 간단히 해결할 수 있다. 문제 해결 추론 정보 처리

단원의 흐름



단원의 전개 계획

차시 『수학』 쪽수	주제	수업 내용 및 활동	교과 역량	준비물	『수학 익힘』 쪽수
1차시 8~9쪽	단원 도입	<ul style="list-style-type: none"> 단원 도입 그림을 보면서 혼합 계산이 필요한 상황을 이해하게 한다. 혼합 계산식에서의 계산 순서에 따라 그 결과가 어떻게 달라질 지에 대하여 생각해 보게 한다. 			5쪽
2차시 10~11쪽	덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 식을 계산해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 실생활 문제 상황을 통하여 덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 식을 만들어 보게 한다. 괄호가 없을 때와 있을 때의 덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 식을 비교하여, 계산 순서에 따라 그 결과가 달라짐을 알 수 있게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 의사소통 태도 및 실천 		6~7쪽
3차시 12~13쪽	곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식을 계산해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 실생활 문제 상황을 통하여 곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식을 만들어 보게 한다. 괄호가 없을 때와 있을 때의 곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식을 비교하여, 계산 순서에 따라 그 결과가 달라짐을 알 수 있게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 의사소통 		8~9쪽
4차시 14~15쪽	덧셈, 뺄셈, 곱셈이 섞여 있는 식을 계산해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 실생활 문제 상황을 통하여 덧셈, 뺄셈, 곱셈이 섞여 있는 식을 만들고, 계산 순서에 따라 그 결과가 달라짐을 알 수 있게 한다. 괄호가 없을 때와 있을 때의 덧셈, 뺄셈, 곱셈이 섞여 있는 식의 계산 순서와 방법을 이해하고 계산하게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 의사소통 		10~11쪽
5차시 16~17쪽	덧셈, 뺄셈, 나눗셈이 섞여 있는 식을 계산해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 실생활 문제 상황을 통하여 덧셈, 뺄셈, 나눗셈이 섞여 있는 식을 만들고, 계산 순서에 따라 그 결과가 달라짐을 알 수 있게 한다. 괄호가 없을 때와 있을 때의 덧셈, 뺄셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 순서와 방법을 이해하고 계산하게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 창의·융합 의사소통 		12~13쪽
6차시 18~19쪽	덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식을 계산해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 실생활 문제 상황을 통하여 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 혼합 계산의 순서를 이해하고 계산하게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 창의·융합 의사소통 		14~15쪽
7차시 20~21쪽	[도전 수학] 문제를 만들어 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 실생활 문제 상황에 맞는 혼합 계산식을 찾아 설명하게 한다. 주어진 혼합 계산식에 어울리는 새로운 문제를 만들어 계산하게 한다. 조건에 맞는 문제를 만들어 친구와 함께 해결해 보게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 창의·융합 		
8차시 22~23쪽	[얼마나 알고 있나요]	<ul style="list-style-type: none"> 여러 가지 혼합 계산에 관한 다양한 문제를 해결하며, 이 단원에서 배운 내용을 정리하게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 의사소통 태도 및 실천 		
9차시 24~25쪽	[탐구 수학] 계산기를 사용하여 계산해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 앞서 배운 계산 순서에 따른 혼합 계산식의 계산 결과와 계산기를 사용하여 얻은 계산 결과를 비교하여 설명하는 활동을 통해 계산기의 특징을 알게 한다. 계산기의 편리한 기능을 익혀서 혼합 계산을 하는 데 활용하도록 한다. 혼합 계산식을 순서에 맞게 계산하고 계산기를 사용하여 계산 결과를 확인하게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결 추론 정보 처리 	계산기	

단원 지도 유의 사항

- ① 실생활 문제 상황을 토대로 혼합 계산이 실생활 문제 해결에서 효율성을 높여 준다는 것을 학생들이 스스로 인식할 수 있도록 지도한다.
- ② 혼합 계산식에서 계산의 순서에 따라 결과가 달라짐을 비교를 통해 알아보고, 계산의 순서를 명확히 약속해야 할 필요성을 느끼도록 지도한다.
- ③ 충분한 사고 과정을 통해 올바르게 합리적인 계산 과정을 익힐 수 있도록 충분한 의사소통의 기회를 제공한다.
- ④ 문제 상황에 따라 괄호를 사용하지 않고 순차적으로 계산하여 문제를 해결할 수도 있지만 괄호를 사용하면 복잡한 식을 한꺼번에 계산할 수 있어 보다 효율적임을 이해하게 한다.
- ⑤ 실생활 맥락을 혼합 계산식으로 표현할 때 두 가지 이상의 괄호를 사용할 경우는 많지 않으며, 대부분 상황은 한 가지 소괄호만으로도 충분히 표현할 수 있으므로 소괄호 ()를 사용하는 상황만 제시하여 지도한다.

단원 학습 평가

영역	평가 내용	관련 차시	평가 방법
내용	1. 괄호가 없을 때와 있을 때의 덧셈, 뺄셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 이해하고 계산할 수 있는가?	2	관찰, 구술, 지필
	2. 괄호가 없을 때와 있을 때의 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 이해하고 계산할 수 있는가?	3	관찰, 구술, 지필
	3. 괄호가 없을 때와 있을 때의 덧셈, 뺄셈, 곱셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 이해하고 계산할 수 있는가?	4	관찰, 구술, 지필
	4. 괄호가 없을 때와 있을 때의 덧셈, 뺄셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 이해하고 계산할 수 있는가?	5	관찰, 구술, 지필
	5. 괄호가 없을 때와 있을 때의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 이해하고 계산할 수 있는가?	6	관찰, 구술, 지필
교과 역량	1. 주어진 문제 상황에 어울리는 혼합 계산식을 만들고, 계산 순서에 맞게 계산할 수 있는가? ■ 문제 해결 ■ 추론	2~6	관찰, 구술
	2. 괄호가 있는 식과 없는 식의 차이를 알고, 계산 순서를 비교하여 설명할 수 있는가? ■ 추론 ■ 의사소통	2~6	관찰, 구술, 지필
	3. 두 식의 계산 결과를 비교해 봄으로써 계산 순서가 정해져야 하는 필요성을 설명할 수 있는가? ■ 추론 ■ 의사소통	2~6	관찰, 지필
	4. 주어진 문제를 다양한 전략으로 해결하고, 해결 방법을 짝 또는 모둠 학생들에게 설명할 수 있는가? ■ 문제 해결 ■ 의사소통	2~6	관찰, 구술, 지필
	5. 혼합 계산식의 풀이 과정이 바른지 살펴보고, 계산이 바른지 않은 부분을 찾아 그 이유를 설명할 수 있는가? ■ 추론 ■ 의사소통	6	관찰, 지필
	6. 실생활 소재를 이용하여 주어진 혼합 계산식과 조건에 어울리는 문제를 만들고, 계산 순서에 맞게 계산할 수 있는가? ■ 문제 해결 ■ 추론 ■ 창의·융합	7	관찰, 지필
	7. 계산기의 특징을 이해하고, 이를 활용해 혼합 계산을 간단히 해결할 수 있는가? ■ 문제 해결 ■ 추론 ■ 정보 처리	9	관찰, 지필

과정 중심 평가 계획 – 6차시를 중심으로

1. 목표 및 방법

평가 목표	<ul style="list-style-type: none"> 괄호가 없을 때와 있을 때의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 이해하고 계산할 수 있다. 문제 해결 추론 혼합 계산식의 풀이 과정이 바른지 살펴보고, 계산이 바르지 않은 부분을 찾아 그 이유를 설명할 수 있다. 추론 의사소통
평가 방법	관찰, 지필, 동료 평가, 자기 평가

2. 수업 과정 및 평가 과제

수업 설계	주요 교수·학습 활동 개요	평가 계획	평가 방법
도입	<p>전 차시 상기 및 문제 상황 이해하기</p> <ul style="list-style-type: none"> 지난 시간에 배운 내용 확인하기 박물관에 온 관람객들에게 오전에 기념품을 나누어 준 후 오후에 나눠 줄 수 있는 기념품의 수를 구하는 상황 이해하기 	<p>[선수 학습 확인]</p> <p>전 차시 학습에 대한 확인</p> <ul style="list-style-type: none"> 덧셈, 뺄셈, 곱셈 및 덧셈, 뺄셈, 나눗셈이 섞여 있는 혼합 계산식의 계산 순서를 말할 수 있는가? <p>문제 상황 이해하기</p> <ul style="list-style-type: none"> 주어진 상황에서 구해야 하는 것에 대해 말할 수 있는가? 주어진 것(정보, 조건)과 주어지지 않은 것 등을 구분할 수 있는가? 	5차시에서의 관찰 또는 지필
전개	<p>주어진 상황을 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 혼합 계산식으로 나타내고 계산하기</p> <ul style="list-style-type: none"> 상황에 알맞은 식을 단계별로 세우기 여러 개의 식을 하나의 혼합 계산식으로 묶어서 표현하기 어떤 순서로 계산하면 좋을지 이야기하고 계산 순서에 맞게 계산하기 	<p>[과정 평가 1]</p> <ul style="list-style-type: none"> 여러 개의 식을 하나의 식으로 묶어서 쓸 수 있는가? 문제 해결 추론 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 혼합 계산식의 계산 순서를 이해하고 있는가? 문제 해결 의사소통 	관찰, 지필
	<p>혼합 계산식의 풀이 과정을 검토하고, 옳게 계산하기</p> <ul style="list-style-type: none"> 지혜와 준기 중 누구의 생각이 옳은지 이야기해 보고, 그렇게 생각한 이유를 써 보기 주어진 풀이에서 잘못된 부분을 찾아 바르게 수정하기 	<p>[과정 평가 2]</p> <ul style="list-style-type: none"> 지혜와 준기 중 누구의 생각이 옳은지 찾고, 그렇게 생각한 이유를 설명할 수 있는가? 추론 의사소통 	관찰, 동료 평가
	<p>괄호가 없을 때와 있을 때의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 비교하기</p> <ul style="list-style-type: none"> 두 식의 차이를 비교하기 계산 순서에 따라 두 식을 계산해 보고 계산 결과가 어떻게 다른지 이야기해 보기 	<p>[과정 평가 3]</p> <ul style="list-style-type: none"> 두 식의 차이를 비교하고 계산 순서에 맞게 계산할 수 있는가? 문제 해결 추론 	관찰, 지필
정리	<p>정리 및 차시 예고</p> <ul style="list-style-type: none"> 배운 내용을 정리하기 차시 예고하기 	<p>[학습 결과 확인]</p> <ul style="list-style-type: none"> 이 차시에서의 평가 결과를 분석하고 필요 시에는 추가적으로 사후 평가를 활용한다. 	자기 평가

3. 평가로 파악한 학습 정보에 따른 지도 방안 예시

평가	학습 정보	지도 방안 예시
선수 학습 확인 (수업 전)	<ul style="list-style-type: none"> 실생활 상황에 맞는 혼합 계산식을 세우는 데 어려움을 느낌. 	<p>5차시 학습 결과 확인을 바탕으로 6차시를 계획함.</p> <ul style="list-style-type: none"> 문제를 끊어 읽게 하고, 여러 개의 하위 발문을 통해 혼합 계산식을 세우도록 지도함. ① 구해야 하는 것은 무엇인가요? ② 주어진 것(정보, 조건)은 무엇인가요? ③ (주어진 조건을 활용하여) 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈 중 어떤 연산이 필요한 상황인가요? ④ 연산 기호를 활용하여 식을 어떻게 세울 수 있나요? ⑤ 하나의 식으로 묶어 써 보세요.
	<ul style="list-style-type: none"> 덧셈, 뺄셈, 곱셈 및 덧셈, 뺄셈, 나눗셈이 섞여 있는 혼합 계산식의 순서를 말하지 못함. 	<ul style="list-style-type: none"> 덧셈, 뺄셈, 곱셈 및 덧셈, 뺄셈, 나눗셈이 섞여 있는 혼합 계산식의 순서를 이해하지 못하는 학생들이 많은 경우에는 6차시 전에 보충 활동을 실시함.
과정 평가 1	<ul style="list-style-type: none"> 여러 개의 식을 하나의 식으로 묶어서 쓰는 것을 어려워함. 	<ul style="list-style-type: none"> 여러 개의 식을 기호나 그림으로 나타내어 하나의 식으로 합치는 과정을 지도함. 예를 들어, $50 - 30 \div 6 + 10$처럼 하나의 혼합 계산식으로 나타내기 위해 $30 \div 6 = \blacksquare$, $50 - \blacksquare = \blacktriangle$, $\blacktriangle + 10 = 55$와 같은 세 개의 식으로 나타내고, 같은 기호나 그림에 해당하는 식을 넣어 하나의 식으로 연결해 가는 과정을 연습하도록 반복 지도함.
	<ul style="list-style-type: none"> 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 이해하지 못함. 	<ul style="list-style-type: none"> 앞에서 배웠던 덧셈, 뺄셈, 곱셈이 섞여 있는 식이나 덧셈, 뺄셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 문제 풀이를 통해 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있을 경우 식의 계산 순서는 어떤지 유추해 볼 수 있도록 함. 상황에서 주어진 식들을 하나씩 쪼개어 계산할 순서를 생각해 보게 하거나 바둑돌과 같은 구체물을 이용하여 상황에 맞게 직접 구해 보고, 계산 순서를 생각하여 정리해 보게 함.
과정 평가 2	<ul style="list-style-type: none"> 혼합 계산식의 풀이 과정을 보고, 풀이가 옳은지 그른지 이유를 들어 설명하지 못함. 	<ul style="list-style-type: none"> 칠판에 제시된 풀이가 옳고, 그른지를 스스로 판단해 보고, 모둠 친구들과의 논의를 통하여 옳고 그른 이유를 함께 검토하여 정리해 보도록 함. 칠판에 제시된 풀이가 앞에서 정리했던 혼합 계산 순서의 약속을 따르고 있는지 확인해 보도록 안내함.
	<ul style="list-style-type: none"> 잘못된 부분을 바르게 고쳐서 계산하지 못함. 	<ul style="list-style-type: none"> 앞에서 약속했던 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 혼합 계산식을 계산하는 순서를 다시 한번 정리하고, 주어진 혼합 계산식을 새롭게 도식화하여 계산 순서를 정리한 후 순서대로 계산하도록 지도함.
과정 평가 3	<ul style="list-style-type: none"> 두 식의 차이점에 따른 계산 순서의 차이를 이해하지 못함. 	<ul style="list-style-type: none"> 이전 차시에서 먼저 계산해야 할 부분은 ()로 묶어서 계산을 먼저 했음을 상기시켜 주어진 두 식이 ()의 유무에 따라 혼합 계산식의 계산 순서가 달라짐을 학생 스스로 깨달을 수 있도록 유도함.
	<ul style="list-style-type: none"> 계산 순서는 이해하나, 계산 과정에 오류가 있음. 	<ul style="list-style-type: none"> 연산 과정 자체에 오류가 있는 학생들의 경우는 보충 지도를 통해 수의 연산 과정을 개별적으로 보충 학습 하도록 지도함.
학습 결과 확인 (후속 차시 선수 학습 확인)	<ul style="list-style-type: none"> 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 이해하지 못함. 	<p>학습 결과 확인(지필 평가 또는 학생이 스스로 배운 내용에 대하여 작성한 자기 평가지)을 바탕으로 보충 학습 및 7차시 수업을 계획함.</p> <ul style="list-style-type: none"> 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 이해하지 못하는 학생이 많은 경우에는 6차시의 약속하기 활동에서 수를 바꾸거나 연산 기호의 위치를 바꾸어 다시 논의해 보는 보충 활동을 실시함.

단원 배경 지식

자연수의 혼합 계산은 자연수 위에서 사칙 연산인 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈과 괄호를 포함하는 식의 계산을 의미한다(배중수, 2011). 초등학교에서 다루는 혼합 계산은 여러 개의 물건을 산 후에 물건값을 지불하고 거스름돈을 받아야 하는 상황이나 여러 개의 물건을 여러 모둠에 똑같은 개수로 나누어 주고 남은 수를 구하는 것과 같이, 일상생활에서 여러 단계의 문제를 해결하는 데 필요한 지식이 되는 내용이다. 또한 초등학교에서 기른 혼합 계산 능력은 중학교에서 정수와 유리수의 사칙 연산을 배우는 데 기본이 된다. 따라서 자연수의 혼합 계산에서 학생들은 일상 상황에서 유도된 혼합 계산식의 계산 순서를 알고, 계산 순서에 따라 정확하게 계산하는 능력을 길러야 한다. 다음에 제시한 것은 혼합 계산 지도를 위해 필요한 몇 가지 지식과 정보에 대한 내용이다.

1. 식의 계산 순서

연속적인 덧셈이나 곱셈만으로 된 계산식에서는 교환법칙이 성립하기 때문에 계산 순서를 바꾸어도 된다. 그렇지만 뺄셈과 나눗셈에서는 교환법칙이나 결합법칙이 성립하지 않기 때문에 계산 순서를 지켜야만 한다. 만약 계산 순서를 정하지 않으면 서로 다른 결과가 나올 수가 있다. 예를 들어, $3+2\times 5$ 의 경우에 다음과 같은 두 가지 계산이 가능하다(교육부, 2014a).

- 덧셈보다 곱셈을 먼저 계산한 경우: $3+2\times 5=3+10=13$
- 앞에서부터 차례로 계산한 경우: $3+2\times 5=5\times 5=25$

위의 사례는 계산 순서를 정하지 않으면 서로 다른 답을 얻게 된다는 것과 이것은 수학의 특성에 부합하지 않는다는 것을 보여 준다. 따라서 혼합 계산식에서는 그 순서를 정하여 계산하도록 약속했고, 그 약속은 다음과 같다.

- ① 덧셈과 뺄셈 또는 곱셈과 나눗셈만 있는 식에서는 앞에서부터 차례로 계산한다.
- ② 덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈이 있는 식에서는 곱셈과 나눗셈을 먼저 계산하고, 그 결과에 대하여 덧셈과 뺄셈의 계산을 왼쪽부터 차례로 한다.
- ③ 괄호를 포함한 식에서는 괄호 안을 먼저 계산한다.

그렇다면 이러한 계산 순서는 언제 나타났을까? 이에 대하여 명료한 자료를 찾아내기는 어렵다. 그렇지만 대수적 표기 체계가 존재하기 전에 규약이 존재하기는 어려웠으며, 수 세기에 걸쳐 점진적으로 변화되어 지금에 이른 것으로 보는 것이 타당하다. 규약이 형성되는 과정을 추측할 수 있는 한 가지 예로 곱셈이 덧셈보다 우선되어야 한다는 근거나 배경은 분배법칙과 다항식의 표현으로 설명하는 견해가 우세하다(고정화, 2012). 즉 분배법칙 $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$ 는 곱셈이 덧셈에 선행한다는 연산 순서를 보여 주는 예라고 할 수 있다. 만약 덧셈이 곱셈에 선행한다면 분배의 의미가 잘 드러나지 않게 되는 것이다. 이와 같이 계산의 순서는 단순히 계산의 모호함을 없애려고 임의의 방식으로 정했다기보다는 대수적 성질과 대수 전개 of 편의성을 도모하려는 의도가 반영된 것이라 할 수 있다.

2. 괄호의 사용

수학적으로 소괄호(), 중괄호{ }, 대괄호[]에 대한 규약과 순서는 따로 정해져 있지 않다. 우리나라 교육과정에 따른 교과서에서는 초등학생들의 학습 부담을 고려하여 괄호를 소괄호와 중괄호로 구분하여 다루어 왔다. 그렇지만 한 가지 종류의 괄호만으로도 계산 과정을 표현할 수 있으며, 교과서에 제시된 실생활 맥락을 혼합 계산식으로 표현하는 과정에 나타난 두 가지 이상의 괄호의 필요도 지극히 인위적인 상황으로 만들어진 경우가 대부분이다. 예를 들어, 2009 개정 교육과정에 따른 교과서의 “괄호가 있는 식을 계산할 수 있어요”의 차시를 살펴보자(교육부, 2014b, p. 161).

괄호가 있는 식을 계산할 수 있어요

익힘책 103~104쪽

전체 조개 90개를 많이 캔 모듬의 등수에 따라 다음과 같이 가져가기로 하였습니다. 3등 모듬이 가져가는 조개의 수를 알아봅시다.

<p>〈캔 조개〉</p> <p>햇살 모듬: 30개 사랑 모듬: 25개 새삭 모듬: 23개 선생님: 12개</p>	<p>〈가져가는 조개의 수〉</p> <p>1등: 1등을 한 모듬이 캔 조개 수의 2배 2등: 2등과 3등을 한 모듬이 캔 조개 수의 합의 반 3등: 1등과 2등을 한 모듬이 가져가고 남은 조개</p>
---	---

이 문제를 해결하기 위해서는 다음의 두 가지 혼합 계산식이 가능하다.

$$90 - 30 \times 2 - (25 + 23) \div 2 = 6$$

$$90 - \{30 \times 2 + (25 + 23) \div 2\} = 6$$

이 경우에 교과서 집필 의도는 { }를 사용했을 때와 사용하지 않았을 때의 차이점을 생각하여 { }를 사용했을 때의 효과를 느끼도록 하고 있다(교육부, 2014b). 그렇지만 이 상황의 경우에 { }를 사용했을 때의 효과를 느끼도록 하기에는 무리가 따를 수 있다. 따라서 의도적으로 중괄호와 대괄호를 사용하기보다는 소괄호를 사용하여 실생활의 문제를 해결하는 데 괄호가 필요함을 제시할 필요가 있다. 또한 아래의 미국과 싱가포르 같은 외국의 몇 가지 교과서 사례에서도 소괄호만으로 혼합 계산을 다루고 있음을 볼 때 실생활 문제 상황을 토대로 괄호의 필요성을 제시하도록 할 필요가 있다.

Rules for the Order of Operations

1. Do operations inside parentheses first.
Follow rules 2–4 when you are computing inside parentheses.
2. Calculate all expressions with exponents.
3. Multiply and divide in order, from left to right.
4. Add and subtract in order, from left to right.

혼합 계산 순서 1(Bell et al., 2007, p. 151)

My Notes

Standard order of operations

- Step 1 Do the operations in brackets.
- Step 2 Multiply and divide in order from left to right.
- Step 3 Add and subtract in order from left to right.

혼합 계산 순서 2(Edge, Lee, & Hoe, 2014, p. 61)

3. 혼합 계산에 대한 내용과 교과서 분석

학교 수학 교육을 위한 여러 개론서에서는 교과 내용 지도에 필요한 여러 가지 내용을 다루고 있다. 그렇지만 여러 수학 교육 개론서에서 혼합 계산에 대해서는 다루지 않는다. 단지 혼합 계산과 관련하여는 연산 지도를 위한 내용에서 그 시사점을 추출할 수 있는데, 예를 들어 버루디(Baroody)와 코스릭(Coslick)은 계산의 맥락에서 교수를 위한 지침으로 다음을 제시하고 있다.

- 문장제는 기호식보다 의미 있기 때문에 수업의 시작은 문장제를 중심으로 도입한다.
- 일상의 상황에서 문제를 도입하고, 논의하게 한다.
- 다양한 문제 상황을 활용하도록 한다.
- 문제를 비형식적으로 해결하도록 격려하고, 이를 활용한 전략을 발표하도록 한다.

이를 통해 유추할 수 있는 혼합 계산의 지도 방법은 혼합 계산을 현실 맥락에서 문장제 유형으로 도입하고, 이를 수식으로 나타내도록 해야 한다는 것이다. 또한 혼합 계산의 문제 해결을 위해 학생들이 가지고 있는 비형식적 지식으로 먼저 해결을 시도해 보도록 하여, 계산 순서에 따라 상이한 답이 산출된다는 것과 그 이유를 탐구해 보도록 함이 중요하다는 것을 알 수 있다.

우리나라 교육과정에 따른 교과서의 혼합 계산 내용을 살펴보면 전반적인 순서가 (+), (-) ⇨ (×), (÷) ⇨ (+), (-), (×) ⇨ (+), (-), (÷) ⇨ (+), (-), (×), (÷)로 이루어져 있음을 알 수 있다. 그렇지만 괄호의 제시 방식은 각기 달라지고 있는데, 2007 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 여러 가지 계산이 혼합된 식을 다룬 후에 괄호가 있는 식을 마지막 차시로 제시한 사례가 있기도 하고(교육과학기술부, 2010), 제7차 교육과정에 의한 교과서에서는 덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식에서 괄호가 있는 경우와 없는 경우를 구분하여 식의 계산 순서를 알아보도록 제시하고도 있다(교육인적자원부, 2003). 우리나라 교육과정에 따른 교과서마다 괄호의 제시 방식에 차이가 있지만, 괄호 사용의 의미에 비추어 볼 때 여러 가지 계산식의 유형에 따라 괄호가 포함된 식과 없는 식의 차이를 비교해 보도록 교과서를 기술하는 것이 적절할 것이다.

자료 출처

- 고정화(2012). 「초등학교 4학년 혼합 계산 지도에 대한 고찰」, 『수학교육학연구』, 22(4), 477-494.
- 교육과학기술부(2010). 『수학 4-1』, 서울: 두산동아.
- 교육부(2014a). 『교사용 지도서 수학 4-1』, 서울: 천재교육.
- 교육부(2014b). 『수학 4-1』, 서울: 천재교육.
- 교육인적자원부(2003). 『수학 4-1』, 서울: 대한교과서주식회사.
- 배종수(2011). 『초등 수학 교육 지도법』, 서울: 제이비 매쓰(JB Math).
- Baroody, A. J., & Coslick, R. T.(1998). *Fostering children's mathematics power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Mahwah, NJ: Lawrence, Erlbaum Associates.
- Bell, M., Bell, J., Bretzlauf, J., Dillard, A., Flanders, J., Hartfield, R., Isaacs, A., Leslie, D. A., McBride, J., Pitvorce, K., & Saecker, P.(2007). *Everyday mathematics: The university of chicago school mathematics project—Student reference book*. New York: McGraw Hill Education.
- Edge, D., Lee, K. P., & Hoe, L. N.(2014). *Maths works! 5A course book (2nd Ed)*. Singapore: Marshall.

단원 도입

수업의 흐름

학습 동기 유발하기

선수 학습 내용 살펴보기

공부할 내용 살펴보기

1

자연수의 혼합 계산

자연수의 혼합 계산을 알아볼까요?



8 수학 5-1

+ 학습 동기 유발하기

- 학습 동기 유발 그림을 살펴보세요.
 - 친구 두 명이 칠판에 제시된 식을 보면서 이야기하고 있습니다.
 - 연수가 앞에서부터 차례대로 계산하려는 친구를 보며 “계산하는 순서가 정해져 있지 않을까?” 라고 이야기하고 있습니다.
- 어떤 질문이 있나요?
 - 두 계산 결과가 왜 다른지 궁금해합니다.

학습 동기 유발 그림은 이 단원의 '탐구 수학(24~25쪽)'의 일부 내용을 소재로 만든 것이다. 이 단원을 다 배우고 난 후에 다룰 내용이므로 여기서는 학생들의 학습 동기를 유발하는 정도로만 다룬다.

+ 선수 학습 내용 살펴보기 (『수학 익힘』 5쪽)

자연수의 혼합 계산을 지도하기 전에 3학년 2학기과 4학년 1학기에서 학습했던 곱셈과 나눗셈에 대한 경험을 상기시킨다. 나눗셈식을 보고 계산 결과가 맞는지 확인하는 검산 과정에서 학생들은 곱셈과 덧셈이 혼합된 식을 계산하거나, 어제와 오늘 사용한 물의 양을 비교하는 상황에서 곱셈과 뺄셈이 혼합된 식을 계산하였음을 확인한다. 여러 가지 연산이 혼합된 계산을 하는 이번 단원에서 학습할 내용에 대해 간단히 안내한다.

배운 내용

- 나눗셈식을 보고 계산 결과가 맞는지 확인하려면 어떻게 해야 하는지 이야기해 보세요.
 - 나누는 수와 몫의 곱에 나머지를 더하면 나누어지는 수가 됩니다.
- 손을 한 번 씻을 때, 어제와 비교해서 오늘 절약한 물의 양을 알아 보세요.
 - 어제 사용한 물의 양과 오늘 사용한 물의 양의 차를 구합니다.

- 120×20 에서 120×12 를 빼면 오늘 절약한 물의 양 960 mL 를 구할 수 있습니다.

필요한 경우 『수학 익힘』 5쪽의 문제를 다룰 수 있다.

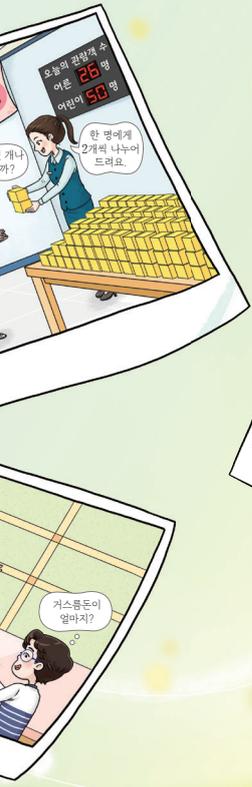
+ 공부할 내용 살펴보기

슬기는 가족들과 함께 체험 버스를 타고 여러 체험 장소에 방문하였다. 슬기네 가족들이 방문한 각 체험 장소에서 혼합 계산이 필요한 여러 상황들이 제시된다. 그림을 살펴보며 각각의 장소에서 일어날 수 있는 수학적 상황인 버스 안에 있는 사람의 수나 남아 있는 기념품의 수를 구하는 방법 등에 대해 생각해 보게 한다. 학생들이 가 본 체험 장소에서 수학을 활용했던 경험에 대해서도 이야기 나눈다. 이러한 활동을 통하여 일상생활에서 여러 가지 식이 혼합된 계산을 많이 하고 있으며, 여러 가지 계산이 섞여 있는 식을 계산하는 약속된 순서가 필요함을 알 수 있도록 지도한다.

들려줄 이야기

방학 동안 슬기네 가족은 체험 버스를 타고 여러 체험 장소를 방문하였습니다. 앨범을 보면서 체험 장소에서 경험했던 여러 상황들을 떠올리고 있는데요. 아마 체험 버스를 타고 기념품 가게, 도자기 빚기 체험장, 전통 놀이 체험장, 탁본 체험장, 박물관 등에 갔었나 봐요. 여러분은 혹시 체험 버스를 이용해 본 적이 있나요? 체험 버스를 타고 우리 지역을 둘러본다면 어떤 체험들을 해 보고 싶나요? 슬기네 가족들이 체험장에서 겪었던 문제 상황들을 그림을 보며 살펴보세요.

- 그림 속 등장인물은 누구인가요?
 - 슬기, 동생, 어머니, 아버지입니다.
- 슬기네 가족이 체험 장소로 간 곳은 어디인가요?
 - 도자기 빚기 체험장, 전통 놀이 체험장, 탁본 체험장, 박물관에 갔습니다.



3-2 2. 나눗셈

$$16 \div 5 = 3 \dots 1$$

$$5 \times 3 = 15, 15 + 1 = 16$$

나누는 수와 몫의 곱에 나머지를 더하면 나누어지는 수가 됩니다.

4-1 3. 곱셈과 나눗셈

	어제	오늘
1호에 나오는 물의 양(mL)	120	
사용한 시간(초)	20	12
사용한 물의 양(mL)	120×20	120×12

(어제와 비교해서 오늘 절약한 물의 양)
 $= 2400 - 1440 = 960$ (mL)

배운 내용
*수학 4학년, 5학년

배울 내용

덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식은 어떤 순서로 계산해야 할까요?

먼저 계산해야 하는 부분은 어떻게 표현할 수 있을까요?

계산 순서를 다르게 하면 계산 결과는 어떻게 될까요?

1. 자연수의 혼합 계산 9

+ 수학 교과 역량

이런 활동을 할 수 있어요

- 생활 주변에서 덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈이 사용되는 다양한 사례를 찾아 이야기해 보기 **창의·융합** **의사소통** **태도 및 실천**
 - ① 덧셈: 오늘 먹은 음식의 열량 구하기, 기차에 탄 어른과 어린이의 수 구하기 등
 - ② 뺄셈: 학교에서 남학생과 여학생 수의 차 구하기, 날아가고 남은 비둘기의 수 구하기 등
 - ③ 곱셈: 상자에 담겨 있는 물건의 수 구하기, 줄 맞춰 놓여 있는 물건의 수 구하기 등
 - ④ 나눗셈: 피자 자르기, 상자에 물건 나누어 담기, 체육 시간에 조 나누기, 준비물 나누어 주기, 음식 나누어 먹기 등

- 생활 주변에서 사칙 연산이 활용되는 다양한 사례를 찾아 이야기해 보며 지금까지 배운 사칙 연산을 되짚어 볼 수 있는 시간을 갖는다.
- 사칙 연산이 적절히 활용되는 예를 통해 상황에 어울리는 연산을 적용할 수 있게 한다.
- 자신의 생각을 친구들과 공유하며 협력하는 활동에서 타인을 배려하고 존중할 수 있는 태도를 실천하도록 한다.

목표 수에 가까운 덧셈식, 뺄셈식 만들기 **추론**

- ① 주머니에서 구슬 3개를 꺼낸다.
- ② 그중 구슬 2개를 골라 구슬에 적힌 수들을 더하거나 빼서 800에 가장 가까운 수를 만든다.
- ③ 짝과 비교하여 800에 더 가까운 수를 만든 사람이 1점을 얻는다.
- ④ 만들고자 하는 목표 수를 바꿔 가며 활동을 반복한다.



나눗셈 빙고 놀이 하기 **추론**

- ① 교사는 뚝이 1부터 16까지인 서로 다른 나눗셈식 16개를 제시한다.
- ② 학생들은 놀이판 위에 서로 다른 나눗셈식 16개 중 9개를 선택하여 쓰고 뚝을 계산한다.
- ③ 교사 또는 학생들이 번갈아 가며 "뚝이 □인 나눗셈식에 ×표 하세요."라고 말한다.
- ④ 학생들은 자신의 놀이판에서 불러 주는 수와 뚝이 같은 나눗셈식에 ×표 한다.
- ⑤ 가로, 세로 또는 대각선으로 3줄을 ×표 하면 "빙고!"라고 외친다.

★ 전자 저작물의 자료를 활용하세요.

- 여러 체험 장소에서 일어난 상황을 식으로 나타내는 공부를 할 것 같습니다.
- (덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의) 계산 순서를 알아 볼 것 같습니다.
- 식에서 먼저 계산해야 하는 부분을 어떻게 나타낼 수 있는지 배울 것 같습니다.

배울 내용

- 이 단원을 다 배우고 난 후 해결할 수 있어야 할 질문을 살펴보세요. - (배울 내용에 제시한 3가지 질문을 읽는다.)

- 배울 내용은 1차시에서 답을 찾는 것이 아니라 이 단원을 모두 배운 후에 답할 수 있는 내용으로 구성된 것임에 유의한다.

- 여러분도 슬기처럼 가족 또는 친구들과 함께 체험장에 들렀던 경험이 있나요? 자신의 경험을 이야기해 보세요. - (체험장에서 체험했던 경험을 친구들과 자유롭게 이야기한다.)
- 여러분이 가 본 체험 장소에서 수학을 활용했던 적이 있나요? - 기념품을 사고 물건값을 계산했습니다. - 체험 활동을 하는 데 인원수가 정해져 있어 사람 수를 세어 봤습니다. - 체험 활동에 체험비가 들어서 가족들의 체험비를 계산했습니다.

단원 학습에 대한 동기를 부여하고 관심과 호기심을 유발하도록 가능한 한 다양한 의견을 수용해 주고 허용적인 분위기에서 의견을 제시할 수 있도록 격려한다.

- 체험 버스를 타려는 슬기의 동생은 무엇을 궁금해하고 있나요? - 버스 안에 있는 사람이 몇 명인지 궁금해했습니다.
- 버스 안에 있는 사람이 몇 명인지 어떻게 구할 수 있나요? - 처음 버스에 있었던 사람의 수에서 내린 사람의 수를 빼고 탄 사람의 수는 더하면 됩니다.
- 기념품 가게에서 물건값을 계산하기 전 슬기는 무엇을 궁금해했나요? - 거스름돈이 얼마인지 궁금해했습니다.
- 슬기가 받아야 하는 거스름돈은 어떻게 계산할 수 있나요? - 먼저 물건값들을 더한 후, 슬기가 낸 돈에서 빼면 됩니다.
- 박물관에서 기념품을 받기 위해 줄을 서 있던 슬기는 무엇을 궁금해했나요? - 기념품이 몇 개나 남아 있는지 궁금해했습니다.
- 남아 있는 기념품이 몇 개인지 어떻게 구할 수 있나요? - 오늘 나누어 줄 수 있는 기념품의 수에서 나누어 준 기념품의 수를 빼면 남아 있는 기념품의 수를 구할 수 있을 것 같습니다.
- 지금까지 알아본 내용을 통하여 1단원에서는 무엇을 공부할지 생각해 보세요.