

도형의 배열에서 규칙을 찾아볼까요

학습 목표

- 도형의 배열에서 수의 규칙을 찾을 수 있다.
- 도형의 배열에서 모양의 변화 규칙을 알 수 있다.

수업의 흐름

도입 모형(연결큐브)을 연결하여 모양을 만들며 규칙 찾기

전개 • 사각형 모양의 배열에서 규칙 찾기
• 계단 모양의 배열에서 규칙 찾기

정리 도형의 배열에서 규칙 찾기

준비물

모형(연결큐브) | 교사용 1세트, 개인별 1세트 (●, ●●, ●●●)

● 모형(연결큐브)을 연결하여 모양을 만들며 규칙 찾기

수일이네 받은 수 놀이 체험실에서 나와 블록 체험실로 이동했어요. 보기만 해도 신기한 모양의 블록들이 많았어요. 안내해 주시는 선생님께서 먼저 모형을 가지고 체험한다고 귀땀해 주셨어요. “모형을 이용해서 다음 모양을 차례대로 만들어 보세요. 모양에는 어떤 변화가 있나요?”

“또 다음에 연결할 모양은 모형이 몇 개 필요할까요? 여러분이 스스로 찾아볼까요?”

이제야 우리의 도전 정신을 발휘할 때가 온 것 같아요.

- 수 놀이 체험실에서 나와 다음 체험을 하기 위해 이동한 곳은 어디 인가요?
- 블록 체험실입니다.
- 그림에 나타나 있는 수학 교구는 무엇인지 이야기해 보세요.
- 모형입니다.
- 쌓기나무도 보입니다.
- 모형을 이용하여 주어진 모양을 차례대로 만들어 보세요.
- (모형으로 만들어 배열한다.)

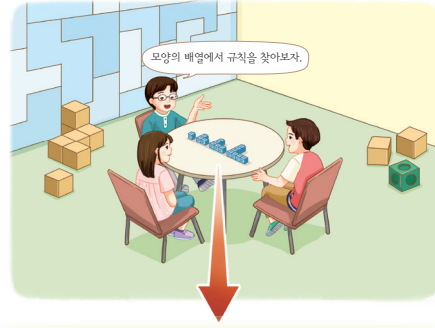
모형으로 모양을 만들 때 마지막 결과를 만드는 것도 중요하지만 첫 번째 단계부터 과정을 한눈에 볼 수 있도록 순차적으로 배열한다. 이 차시에서는 모양의 변화에서 규칙을 찾는 활동을 주로 하기 때문이다.

- 모양의 배열에서 규칙을 찾아보세요.
- 모형이 1개에서 시작하여 오른쪽과 위쪽으로 각각 1개씩 늘어납니다.



도형의 배열에서 규칙을 찾아볼까요

- 모형으로 만든 모양의 배열에서 규칙을 찾아봅시다.



- 모형을 이용하여 위 모양을 차례대로 만들어 보세요.

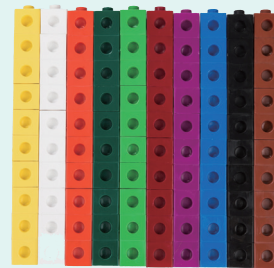
- 모양의 배열에서 규칙을 찾아보세요.

예 모형이 1개에서 시작하여 오른쪽과 위쪽으로 각각 1개씩 늘어납니다.

참고 자료

연결큐브

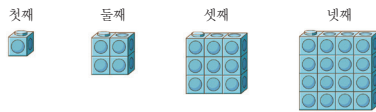
연결큐브는 수학 교구를 파는 곳에서 쉽게 구할 수 있다. 큐브는 정육면체를 뜻하는 말로 한 모서리의 길이가 1cm인 연결큐브도 있고, 2cm인 연결큐브도 있다. 학생들의 연령을 고려하여 적당한 크기의 연결큐브를 사용한다. 연결큐브 대신 수 모형을 사용해도 된다. 연결큐브는 링킹큐브(linking cubes) 또는 스냅큐브(snap cubes) 등으로 다양하게 불린다.



● 사각형 모양의 배열에서 규칙 찾기

- 모형의 수를 세어 보고, 규칙을 찾아보세요.
 - 모형의 수가 1개, 4개, 9개, 16개로 한 단계가 진행될 때마다 3개, 5개, 7개 늘어납니다.
 - 다섯째 모양은 모형이 가로 5개, 세로 5개로 이루어진 정사각형 모양이므로 모형의 수는 $5 \times 5 = 25$ (개)입니다.

● 사각형 모양의 배열에서 규칙을 찾고 이야기해 봅시다.

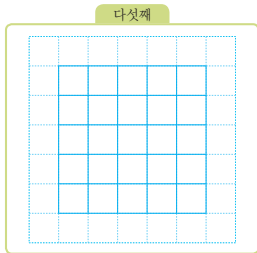


● 모형의 수를 세어 보고, 규칙을 찾아보세요.

예 가로와 세로가 각각 1개씩 늘어나며 정사각형 모양이 됩니다.

● 사각형 모양의 배열에서 규칙을 찾아 이야기해 보세요.

● 다섯째에 알맞은 모양을 그려 보세요.



6

규칙 찾기

6. 규칙 찾기 | 135

● 사각형 모양의 배열에서 규칙을 찾아 이야기해 보세요.

- 첫째는 가로 1개, 세로 1개의 정사각형 모양, 둘째는 가로 2개, 세로 2개의 정사각형 모양, 셋째는 가로 3개, 세로 3개의 정사각형 모양이므로 이런 식으로 가로와 세로가 각각 1개씩 더 늘어나며 정사각형 모양이 됩니다.
- 모형의 수가 1개에서 시작하여 다음 단계로 진행될 때마다 3개, 5개, 7개……가 늘어나므로 늘어나는 모형의 수가 2개씩 더 많아집니다.

● 다섯째에 알맞은 모양을 그려 보세요.

- (개인별로 모형을 연결해 보고 빈칸에 그린다.)

● 모형(연결큐브)으로 사각수의 모양을 만들어 가는 과정이다. 다음 활동에 나오는 삼각수의 모양보다 수나 모양의 규칙을 찾는 데 수월하기 때문에 이런 순서로 구성하였다. 규칙을 찾는 방법은 학생 개인별로 다양할 것이고 표현하는 방법 또한 그럴 것으로 기대된다. 규칙이 틀리지 않는다면 개인의 다양한 의견을 존중할 수 있도록 지도한다. 규칙을 찾는 과정에서 개인의 창의성이 발휘될 것이다.

● 수학 교구를 활용한 수업을 할 때에는 교구에 대한 두려움이 없도록 사전에 아침 활동이나 방과 후에 자유롭게 가지고 놀 수 있는 시간을 주는 것이 효과적일 때가 있다.

● 교구를 수업 시간에 처음 도입을 할 때에는 충분히 조작할 수 있는 시간을 주는 것이 좋다. 구체적인 조작을 통해서 모양과 수를 확인하는 과정이 사고의 활동으로 자연스럽게 이어지는 기회를 제공한다.

● 모든 모형(연결큐브)이 여러 방향으로 연결되지 않으므로 꽂아지지 않더라도 배열만 할 수 있도록 한다.

+ 수학 교과 역량

『수학』에서 이런 교과 역량을 지도할 수 있어요

● 모형(연결큐브)을 연결하여 모양을 만들며 규칙 찾기

창의·융합 의사소통

- 생활 주변에서 볼 수 있는 것들을 모형(연결큐브)을 이용하여 만들어 보거나 다른 교과와도 통합하여 활용할 수도 있다. 예를 들면 과학 시간에 배운 여러 가지 자석(막대자석, 말굽자석 등)의 모양을 만들고 만든 방법에 대하여 서로 이야기를 나눌 수 있다.

● 사각형 모양의 배열에서 규칙 찾기

의사소통 정보 처리

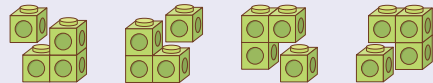
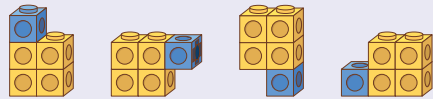
- 모형(연결큐브)의 배열 모양이 모두 정사각형이 된다. 모양에 대한 규칙은 직관적으로 파악이 가능하지만 찾아내지 못하는 경우에는 “모양은 무엇인가요?”라는 발문으로 유도할 수 있다.
- 사각형 모양의 배열에서 모형(연결큐브)의 수에 관한 규칙은 보다 다양한 의견이 제시될 것이다. 자신의 생각과 친구의 생각을 비교하는 활동을 통하여 의사소통 능력을 평가해 볼 수 있다. 또 계산 도구를 이용하여 수의 규칙을 찾아가는 과정에서 모형의 모양을 해석하는 정보 처리 능력을 기를 수 있다.

이런 활동을 할 수 있어요

● 모형(연결큐브)의 모양을 확장하기

추론 창의·융합

- ① 모형(연결큐브)을 가지고 평면으로 모양을 만드는 활동을 한다. 엄밀히 말하면 모형(연결큐브) 하나가 가로, 세로, 높이를 가진 입체 도형이기 때문에 평면은 아니다. 여기서는 한 방향으로만 만드는 활동을 하기에 앞에서 본 모양을 이야기한다.
- ② 기본 모형(연결큐브)을 제시하고, 여기에 모형을 더하거나 빼내어서 배열이 규칙이 되도록 하는 활동을 할 수 있다.



- ③ 짝 또는 모둠을 이루어서 한 번씩 번갈아 가며 위의 놀이 활동을 한다. 이때 규칙이 있는 배열이 되어야 한다.

● 입체도형으로 확장을 할 때 너무 복잡한 모양으로 규칙을 만들지 않도록 지도한다. 자칫 난이도가 높아질 우려가 생기기 때문이다.

계단 모양의 배열에서 규칙 찾기

- 모형의 수를 세어 보고, 규칙을 찾아보세요.
 - 모형의 수가 1개, 3개, 6개, 10개로 한 단계가 진행될 때마다 2개, 3개, 4개 늘어납니다.
 - 다섯째 모형은 모형이 가로 5개, 세로 5개로 이루어진 정사각형 모양에서 넷째 모양을 빼면 되므로 모형의 수는 $5 \times 5 - 10 = 15$ (개)입니다.
- 계단 모양의 배열에서 규칙을 찾아 이야기해 보세요.
 - 첫째는 1개, 둘째는 첫째에서 2개가 더 늘어난 모양, 셋째는 둘째에서 3개가 더 늘어난 모양, 넷째는 셋째에서 4개가 더 늘어난 모양입니다.
 - 모형의 수가 1개에서 시작하여 다음 단계로 진행될 때마다 2개, 3개, 4개……씩 더 늘어나는 모양입니다.
- 다섯째에 알맞은 모양을 그려 보세요.
 - (개인별로 모형을 연결해 보고 빈칸에 그린다.)

모형(연결큐브)으로 삼각수의 모양을 만들어 가는 과정이다. 사각수에서와 마찬가지로 규칙을 찾는 방법은 학생 개인별로 다양할 것이고 표현하는 방법 또한 그럴 것으로 기대된다. 규칙이 틀리지 않다면 개인의 다양한 의견을 존중할 수 있도록 지도한다. 규칙을 찾는 과정에서 개인의 창의성이 발휘될 것이다.

참고 자료

도형 수 알아보기

도형과 수를 관련시키려는 시도는 고대 피타고라스 때부터 계속되어 왔다. 이러한 시도는 대개 특정한 도형에 특정한 수를 대응시키는 것이었다.

• 삼각수

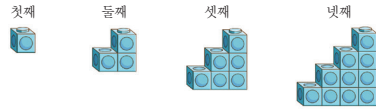
삼각수는 간단히 말하자면 동일한 물건을 정삼각형 모양으로 배열해서 나타낼 수 있는 수이다. 아래와 같이 점의 수를 늘려가면서 정삼각형 모양의 배열을 계속해서 만들어 가는 것이다. 이때 각각의 정삼각형 모양의 배열을 만드는 점의 수로 이루어진 수들, 즉 1, 3, 6, 10, 15……에서 각각의 수가 삼각수에 해당한다.



이 수의 배열은 아래 파스칼의 삼각형의 색칠된 부분의 수와 같다.

	1									
	1	1								
	1	2	1							
	1	3	3	1						
	1	4	6	4	1					
	1	5	10	10	5	1				
	1	6	15	20	15	6	1			
	1	7	21	35	35	21	7	1		
	1	8	28	56	70	56	28	8	1	
	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1

계단 모양의 배열에서 규칙을 찾고 이야기해 봅시다.



- 모형의 수를 세어 보고, 규칙을 찾아보세요.

예 모형의 수가 1개에서 시작하여 2개, 3개, 4개……씩 더 늘어나는 모양입니다.

- 계단 모양의 배열에서 규칙을 찾아 이야기해 보세요.

- 다섯째에 알맞은 모양을 그려 보세요.

모형을 그릴 때 모형의 수와 점의 수가 같이 간단히 나타내어도 좋아요.

다섯째

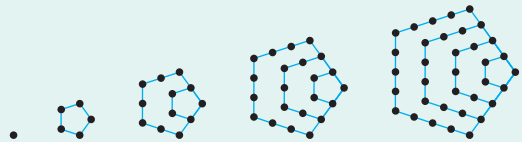
• 사각수

사각수는 말 그대로 정사각형 모양으로 배열해서 나타낼 수 있는 수이다. 아래와 같이 점의 수를 늘려가면서 정사각형 모양의 배열을 계속해서 만들어 가는 것이다. 이때 각각의 정사각형 모양의 배열을 만드는 점의 수로 이루어진 수들, 즉 1, 4, 9, 16, 25……에서 각각의 수가 사각수에 해당한다.



• 오각수

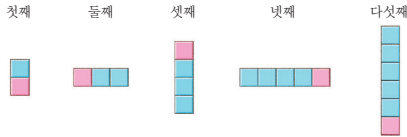
아래와 같이 점의 수를 늘려가면서 정오각형 모양의 배열을 계속해서 만들어 가는 것이다. 이때 각각의 정오각형 모양의 배열을 만드는 점의 수로 이루어진 수들, 즉 1, 5, 12, 22, 35, 51……에서 각각의 수가 오각수에 해당한다.



출처

- 국립중앙과학관, 스마트과학관—수의 역사

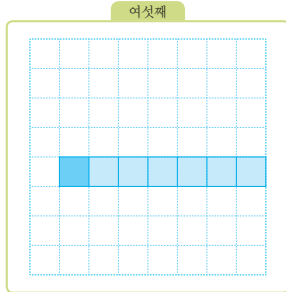
도형의 배열에서 규칙을 찾고 이야기해 봅시다.



도형의 배열에서 규칙을 찾고 이야기해 보세요.

예 분홍색 도형을 중심으로 시계 방향으로 90°만큼씩 돌리기 하며 파란색 도형의 수가 1개, 2개, 3개……로 늘어나는 도형입니다.

여섯째에 알맞은 도형을 그려 보세요.



6. 규칙 찾기 137

6

규칙 찾기

도형의 배열에서 규칙 찾기

도형의 배열에서 규칙을 찾고 이야기해 보세요.

- 분홍색 도형을 기준으로 보면 첫째는 기준 위쪽으로 1개, 둘째는 오른쪽으로 2개, 셋째는 아래쪽으로 3개, 넷째는 왼쪽으로 4개, 다섯째는 위쪽으로 5개 붙어 있습니다. 즉, 분홍색 도형을 중심으로 시계 방향으로 90°만큼씩 돌리기 하며 파란색 도형의 수가 1개, 2개, 3개……로 늘어나는 도형입니다.

여섯째에 알맞은 도형은 몇 개로 이루어져 있을까요?

- 첫째는 2개, 둘째는 3개, 셋째는 4개, 넷째는 5개, 다섯째는 6개 이므로 여섯째는 7개입니다.
- 2개에서 시작하여 1개씩 늘어나는 규칙이 있습니다.

여섯째에 알맞은 도형은 어떤 모양일까요?

- 첫째는 세로, 둘째는 가로, 셋째는 세로, 넷째는 가로, 다섯째는 세로이므로 여섯째는 가로 모양입니다.

여섯째에 알맞은 도형에서 분홍색 부분은 어디에 있을까요?

- 첫째는 아래쪽, 둘째는 왼쪽, 셋째는 위쪽, 넷째는 오른쪽, 다섯째는 아래쪽이므로 여섯째는 왼쪽에 있습니다.

여섯째에 알맞은 도형을 그려 보세요.

- (개인별로 문제를 해결한다.)

문제를 해결하기 어려워 하는 학생에게는 모형(연결큐브)을 제공하여 모양을 만들어서 다시 그림으로 그릴 수 있도록 한다.

이 활동은 도형의 배열에서 변인이 2개로 난이도가 높은 편이다. 학생들이 점진적으로 사고를 확장하도록 “도형의 배열에서 분홍색 부분을 중심으로 살펴보세요.”와 같은 중간 발문을 통해 조금 더 쉽게 접근할 수 있도록 하는 것도 좋은 방법이다.

★ 전자 저작물의 형성 평가를 활용하세요.

+ 수학 교과 역량

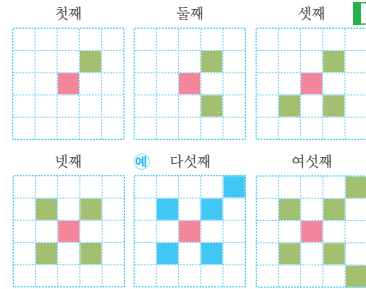
『수학』에서 이런 교과 역량을 지도할 수 있어요

도형의 배열에서 규칙 찾기 [문제 해결] [추론] [의사소통]

- 도형의 변화에서 2개의 변인으로 확장된 활동이다. 즉 하나의 변인은 늘어나는 도형의 수이고 다른 하나는 도형의 수가 늘어날 때 방향이 바뀌는 것이다. 문제 해결 과정에서 두 변인 사이의 관계를 파악하는 문제 해결, 추론 및 의사소통 능력을 기를 수 있다.

『수학 익힘』의 교과 역량 문항 살펴보기 『수학 익힘』 83쪽

5 규칙에 따라 다섯째에 알맞은 도형을 그리고 규칙을 찾아보세요. [문제 해결] [추론] [의사소통]



규칙 예 분홍색 사각형을 중심으로 시계 방향으로 1개씩 늘어납니다.

- 도형의 변화에서 기준 도형을 잡고 그 변화를 알아볼 수 있도록 하는 문항으로 찾은 규칙에 따라 도형을 그리고 그 규칙을 써 보는 활동이다.

이런 활동을 할 수 있어요

수학 교구를 다르게 한 도형의 배열에서 규칙 찾기

[추론] [창의·융합]

- 쌓기나무 모양의 배열에서 규칙 찾기
- 펜토미노 모양의 배열에서 규칙 찾기
- 4D 프레임 모양의 배열에서 규칙 찾기
- 도형판에서 도형 모양 배열에서 규칙 찾기
- 기타 도형 모양의 배열에서 규칙 찾기

다양한 수학 교구를 활용한 도형의 배열에서 규칙을 찾음으로써 추론 및 창의·융합 능력을 기를 수 있다.

+ 보충 · 심화 활동

보충 활동 — 모형(연결큐브)의 배열에서 도형의 규칙 찾기

- 한쪽 방향으로만 모형(연결큐브)의 수가 증가되는 모양의 배열에서 다음에 올 모양을 만든다.
- 양쪽 방향으로 모형(연결큐브)의 수가 증가되는 모양의 배열에서 다음에 올 모양을 만든다.

심화 활동 — 다양한 수학 교구를 이용하여 도형의 규칙적인 배열 만들기

- 다양한 수학 교구를 활용하여 도형의 규칙적인 배열을 만든다.
- 만든 규칙을 서로 이야기한다.