3 곱셈과 나눗셈

단원 개관

실생활에서 물건의 수를 세거나 물건을 나누어 가질 때 등 곱셈과 나눗셈이 필요한 상황이 많이 있다. 학생들은 『수학 2－1』에서 곱셈의 의미에 대하여 학습하였고, 『수학 3－1』에서 나눗셈의 의미와 곱셈과 나눗셈 사이의 관계에 대하여 학습하였다. 그리고 『수학 3－1』과 『수학 3－2』에서 (두 자리 수)×(한 자리 수), (세 자리 수)×(한 자리 수), (두 자리 수)×(두 자리 수), (몇십)÷(몇), (두 자리 수)÷(한 자리 수), (세 자리 수)÷(한 자리 수)를 학습하였다.

이 단원에서 (세 자리 수)×(두 자리 수), (두 자리 수)÷(두 자리 수), (세 자리 수)÷(두 자리 수)를 지도한다. 승수(곱하는 수)와 제수(나누는 수)가 두 자리 수인 곱셈과 나눗셈은 수 모형을 이용한 구체적 조작 활동으로 지도하기가 쉽지 않다. 승수가 두 자리 수, 즉 몇십몇인 곱셈의 경우에는 몇십의 곱과 몇의 곱의 합으로 곱셈 계산 방법의 원리를 지도하여야 한다. 이는 부분 곱의 합으로 그 바탕은 곱셈의 분배법칙이다. 또한 이 단원에서 지도하는 나눗셈은 몫이 두 자리 수가 되는 경우로 몫을 구할 때 몫의 몇십 부분과 몇 부분의 합으로 나눗셈 계산 방법의 원리를 지도해야 한다. 이는 부분 몫의 합으로 그 바탕이 되는 수학적 원리는 나눗셈의 오른쪽 분배법칙이다$((a+b)\div c=a\div c+b\div c)$. 그러나 나눗셈에서 왼쪽 분배법칙은 성립하지 않는다$(a\div(b+c)\neq a\div b+a\div c)$.

이 단원은 학생들이 자연수의 곱셈과 나눗셈의 계산을 학습하는 마지막 단계이다. 곱셈과 나눗셈의 계산 원리를 충실히 학습해야 보다 큰 수의 곱셈과 나눗셈, 소수의 곱셈과 나눗셈에서도 계산 원리를 일반화하여 적용할 수 있다. 이 단원에서는 계산 원리를 충실하게 지도하는 것뿐만 아니라 계산하기 전에 먼저 그 결과를 어림해 보는 습관을 길러 주는 것이 중요하다. 이는 지필 계산 결과의 타당성을 확인할 수 있을 뿐만 아니라 계산기를 사용한 계산 결과의 타당성을 확인하게 해 준다. 곱셈에서 그 결과를 어림해 보는 활동은 나눗셈 계산을 할 때 그 몫을 어림하는 데 커다란 도움이 된다.

준비할 교구: 수 모형

단원 학습 계열

선수 학습

- (세 자리 수)×(한 자리 수), (두 자리 수)×(두 자리 수), 곱셈의 활용 (3－2, 1. 곱셈)
- (몇십)÷(몇), (두 자리 수)÷(한 자리 수), (세 자리 수)÷(한 자리 수) (3－2, 2. 나눗셈)

→

본학습

- (세 자리 수)×(몇십)
- (세 자리 수)×(두 자리 수)
- (몇십)으로 나누기
- (두 자리 수)÷(두 자리 수)
- (세 자리 수)÷(두 자리 수)

→

후속 학습

- (분수)×(자연수), (자연수)×(분수), (분수)×(분수) (5－2, 2. 분수의 곱셈)

교육과정

2015 개정 수학과 교육과정	
성취기준	③ 곱셈 [4수01-05] 곱하는 수가 한 자리 수 또는 두 자리 수인 곱셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다. [4수01-06] 곱하는 수가 한 자리 수 또는 두 자리 수인 곱셈에서 계산 결과를 어림할 수 있다. ④ 나눗셈 [4수01-07] 나눗셈이 이루어지는 실생활 상황을 통하여 나눗셈의 의미를 알고, 곱셈과 나눗셈의 관계를 이해한다. [4수01-09] 나누는 수가 두 자리 수인 나눗셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다.

〈교수 · 학습 방법 및 유의 사항〉

- 곱셈은 '(두 자리 수)×(한 자리 수)', '(세 자리 수)×(한 자리 수)', '(두 자리 수)×(두 자리 수)', '(세 자리 수)×(두 자리 수)'를 포함한다.
- 나눗셈에서 '(두 자리 수)÷(한 자리 수)'는 나누어떨어지는 경우와 나누어떨어지지 않는 경우를 포함하여 몫과 나머지를 이해하게 하고, 나누는 수가 두 자리 수인 나눗셈에서는 '(두 자리 수)÷(두 자리 수)', '(세 자리 수)÷(두 자리 수)'를 다룬다.
- 한 가지 상황을 곱셈식과 나눗셈식으로 나타내는 활동을 통하여 곱셈과 나눗셈의 관계를 이해하게 한다.
- 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈을 하기 전에 계산 결과를 어림해 보고, 어림한 값을 이용하여 계산 결과가 타당한지 확인해 보게 한다.
- 학생들에게 친근한 실생활 상황을 이용하여 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈에 관련된 문제를 만들고 해결하게 한다.
- 자연수의 사칙계산에서 계산 원리를 이해하거나 계산 기능을 숙달하는 것이 목적이 아닌 경우에는 계산기를 사용하게 할 수 있다.
- 수와 연산 영역의 문제 상황에 적합한 문제 해결 전략을 지도하고, 문제 해결 과정을 설명하게 하여 문제 해결 능력을 기르게 한다.

단원 학습 목표

영역	단원 학습 목표
내용	1. (세 자리 수)×(몇십), (세 자리 수)×(두 자리 수)의 계산 원리와 형식을 이해하고 계산할 수 있다. 2. (몇백몇십)÷(몇십), (두 자리 수)÷(몇십), (세 자리 수)÷(몇십)의 계산 원리와 형식을 이해하고 몫을 구할 수 있다. 3. 몫이 한 자리 수인 (두 자리 수)÷(두 자리 수), (세 자리 수)÷(두 자리 수)의 계산 원리와 형식을 이해하고 몫을 구할 수 있다. 4. 몫이 두 자리 수이고 나누어떨어지는 (세 자리 수)÷(두 자리 수)의 계산 원리와 형식을 이해하고 몫을 구할 수 있다. 5. 몫이 두 자리 수이고 나머지가 있는 (세 자리 수)÷(두 자리 수)의 계산 원리와 형식을 이해하고 몫을 구할 수 있다. 6. (세 자리 수)÷(두 자리 수)의 몫과 나머지를 구하고 결과를 확인할 수 있다.
교과 역량	1. 곱셈을 이용하여 문제를 해결하는 과정에서 계산 결과를 어림한 방법을 찾아 말할 수 있다. 의사소통 2. 나눗셈의 몫을 곱셈을 통해 구할 수 있고, 해결 방법을 설명할 수 있다. 추론 의사소통 3. 곱셈과 나눗셈의 계산 원리를 이해하고 설명할 수 있다. 추론 의사소통 4. 문제 상황에 적절한 연산을 선택하고, 효율적으로 수행할 수 있다. 문제 해결 창의 · 융합 5. 문제 해결 과정을 친구들과 함께 고민하고 해결해 보는 활동을 통하여 서로를 배려하고 존중하며 협력하는 태도를 실천할 수 있다. 태도 및 실천 6. 일상생활과 관련된 곱셈과 나눗셈 문제를 해결하는 활동을 통해 수학의 유용성을 느끼고 수학에 흥미를 가질 수 있다. 문제 해결 창의 · 융합 정보 처리 태도 및 실천

단원의 흐름

1차시
단원 도입

2차시
세 자리 수에 몇십을 곱해 볼까요

3차시
세 자리 수에 두 자리 수를 곱해 볼까요

4차시
곱셈을 이용하여 실생활 문제를 해결해 볼까요

5차시
몇십으로 나누어 볼까요

6차시
몇십몇으로 나누어 볼까요

7차시
세 자리 수를 두 자리 수로 나누어 볼까요(1)

8차시
세 자리 수를 두 자리 수로 나누어 볼까요(2)

9차시
생각 수학
어떤 두 수를 곱하였을까요

10차시
얼마나 알고 있나요

11차시
탐구 수학
우리는 종이를 얼마나 사용하고 있을까요

곱하는 수가 두 자리 수인 곱셈에서 계산 결과를 어림할 수 있으며, 계산 원리를 이해하고 계산을 할 수 있다. 또한 나누는 수가 두 자리 수인 나눗셈의 계산 원리를 이해하고 계산을 할 수 있으며, 곱셈 또는 나눗셈과 관련된 실생활 문제를 만들고 해결할 수 있다.

단원의 전개 계획

차시 『수학』 쪽수	주제	수업 내용 및 활동	교과 역량	준비물	『수학 익힘』 쪽수
1차시 60~61쪽	단원 도입	• 선수 학습 내용을 확인한다. • 알뜰 장터에서 곱셈과 나눗셈이 필요한 상황을 인식하고 표현하게 한다.			37쪽
2차시 62~63쪽	세 자리 수에 몇십을 곱해 볼까요	• 그림을 보고 (세 자리 수)×(몇십)을 계산하게 한다. • (세 자리 수)×(몇십)의 계산 원리를 형식화하게 한다. • (세 자리 수)×(몇십)의 계산을 하게 한다.	추론 의사소통 정보 처리 태도 및 실천		38~39쪽
3차시 64~65쪽	세 자리 수에 두 자리 수를 곱해 볼까요	• (세 자리 수)×(두 자리 수)를 부분 곱의 합으로 구하는 계산 원리를 형식화하게 한다. • (세 자리 수)×(두 자리 수)의 계산을 하게 한다.	추론 의사소통 정보 처리 태도 및 실천		40~41쪽
4차시 66~67쪽	곱셈을 이용하여 실생활 문제를 해결해 볼까요	• 실생활에서 (세 자리 수)×(두 자리 수) 문제를 만들고 해결하게 한다.	문제 해결 추론 창의·융합 정보 처리		42~43쪽
5차시 68~69쪽	몇십으로 나누어 볼까요	• 똑같은 양만큼 묶는 활동을 통해 (세 자리 수)÷(몇십)을 이해하게 한다. • 곱셈을 이용하여 구하는 활동을 통해 (세 자리 수)÷(몇십)의 계산 원리를 형식화하게 한다. • (세 자리 수)÷(몇십)을 계산하고 계산 결과를 확인하게 한다.	추론 창의·융합 의사소통 정보 처리 태도 및 실천	수 모형	44~45쪽
6차시 70~71쪽	몇십몇으로 나누어 볼까요	• 몫이 한 자리 수가 되고 나누어떨어지는 (두 자리 수)÷(두 자리 수), (세 자리 수)÷(두 자리 수)의 계산 원리를 형식화하게 한다. • 몫이 한 자리 수가 되고 나머지가 있는 (두 자리 수)÷(두 자리 수), (세 자리 수)÷(두 자리 수)의 계산 원리를 형식화하게 한다.	추론 창의·융합 의사소통 정보 처리 태도 및 실천		46~47쪽
7차시 72~73쪽	세 자리 수를 두 자리 수로 나누어 볼까요(1)	• 곱셈을 이용하여 부분 몫을 구하는 활동을 통해 몫이 두 자리 수가 되는 (세 자리 수)÷(두 자리 수)의 계산 원리를 형식화하게 한다. • 몫이 두 자리 수가 되고 나누어떨어지는 (세 자리 수)÷(두 자리 수)를 계산하고 계산 결과를 확인하게 한다.	추론 창의·융합 의사소통 정보 처리 태도 및 실천		48~49쪽
8차시 74~75쪽	세 자리 수를 두 자리 수로 나누어 볼까요(2)	• 몫이 두 자리 수가 되고 나머지가 있는 (세 자리 수)÷(두 자리 수)의 계산 원리를 일반화하게 한다. • 몫이 두 자리 수가 되고 나머지가 있는 (세 자리 수)÷(두 자리 수)를 계산하고 계산 결과를 확인하게 한다.	추론 창의·융합 의사소통 태도 및 실천		50~51쪽
9차시 76~77쪽	[생각 수학] 어떤 두 수를 곱하였을까요	• 이웃한 두 자연수의 곱이 주어졌을 때 두 수를 구하는 문제를 예상과 확인 전략으로 해결하고 해결 과정을 설명하게 한다.	문제 해결 추론 정보 처리 태도 및 실천		
10차시 78~79쪽	[얼마나 알고 있나요]	• 다양한 문제를 해결하며 이 단원에서 배운 내용을 정리하게 한다.	문제 해결 추론 의사소통 태도 및 실천		
11차시 80~81쪽	[탐구 수학] 우리는 종이를 얼마나 사용하고 있을까요	• 곱셈을 이용하여 우리 반, 우리 학년에서 사용하는 교과서의 양을 구하고 나눗셈을 이용하여 교과서를 만드는 데 필요한 나무의 그루 수를 구하는 활동을 하게 한다. • 종이 절약과 재활용을 장려하는 시, 노래 바꾸기, 신문 기사, 광고, 만화를 만들어 발표하게 한다.	문제 해결 추론 창의·융합 의사소통 정보 처리 태도 및 실천		

단원 지도 유의 사항

① 곱셈과 나눗셈에서 알고리즘의 형식적인 절차보다는 원리를 파악하는 데 중점을 두어 지도한다.

② 나눗셈의 몫을 어림할 때, 어림한 방법에 대해 설명해 보게 하는 과정은 매우 중요하다. 이를 바탕으로 다양한 어림 방법을 공유할 수 있게 되고 실제 값과 가깝게 어림할 수 있는 정교한 어림에 대해 논의해 보는 기회가 될 것이다.

③ 어림한 몫을 이용하여 나눗셈을 하다 보면 몫을 1만큼 더 크게 해야 할 때와 몫을 1만큼 더 작게 해야 할 때가 있다. 학생들이 자신의 계산 방법이 틀린 것이 아니라 계산 과정에서 일어나는 자연스러운 상황임을 이해하게 하고 자신의 해결 방법에 자신감을 가지고 해결할 수 있도록 한다.

④ 몫이 두 자리 수인 나눗셈은 제수의 10배, 20배, 30배……의 값을 이용하여 몫의 십의 자리 숫자를 예상하게 한다.

⑤ 나눗셈 문장제 해결에서 어려운 부분 중의 하나는 나머지를 처리하는 방법이다. 문제 맥락에 따라 나머지를 버림으로 처리하거나 올림으로 처리해야 하는 경우가 생길 수 있다는 점에 주의하도록 한다. 또한 나눗셈으로 해결해야 하는 문장제를 만들 때 꼭 나누어떨어지지 않아도 됨을 인식시키도록 한다. 일상생활에서 나누어떨어지지 않는 경우가 더 많기 때문이다.

단원 학습 평가

영역	평가 내용	관련 차시	평가 방법
내용	1. (세 자리 수)×(몇십), (세 자리 수)×(두 자리 수)의 계산 원리와 형식을 이해하고 계산할 수 있는가?	2~4	지필, 구술
	2. (몇백몇십)÷(몇십), (두 자리 수)÷(몇십), (세 자리 수)÷(몇십)의 계산 원리와 형식을 이해하고 몫을 구할 수 있는가?	5	지필, 구술
	3. 몫이 한 자리 수인 (두 자리 수)÷(두 자리 수), (세 자리 수)÷(두 자리 수)의 계산 원리와 형식을 이해하고 몫을 구할 수 있는가?	6	지필, 구술
	4. 몫이 두 자리 수이고 나누어떨어지는 (세 자리 수)÷(두 자리 수)의 계산 원리와 형식을 이해하고 몫을 구할 수 있는가?	7	지필, 구술
	5. 몫이 두 자리 수이고 나머지가 있는 (세 자리 수)÷(두 자리 수)의 계산 원리와 형식을 이해하고 몫을 구할 수 있는가?	8	관찰, 지필
	6. (세 자리 수)÷(두 자리 수)의 몫과 나머지를 구하고 결과를 확인할 수 있는가?	5~8	관찰, 지필
교과 역량	1. 곱셈을 이용하여 문제를 해결하는 과정에서 계산 결과를 어림한 방법을 찾아 말할 수 있는가? 의사소통	2~4	관찰, 구술
	2. 나눗셈의 몫을 곱셈을 통해 구할 수 있고, 해결 방법을 설명할 수 있는가? 추론 의사소통	5~8	지필, 구술
	3. 곱셈과 나눗셈의 계산 원리를 이해하고 설명할 수 있는가? 추론 의사소통	2~8	지필, 구술
	4. 문제 상황에 적절한 연산을 선택하고, 효율적으로 수행할 수 있는가? 문제 해결 창의·융합	4, 9	관찰, 구술
	5. 문제 해결 과정을 친구들과 함께 고민하고 해결해 보는 활동을 통해 서로를 배려하고 존중하며 협력하는 태도를 실천할 수 있는가? 태도 및 실천	9, 11	지필, 구술
	6. 일상생활과 관련된 곱셈과 나눗셈 문제를 해결하는 활동을 통해 수학의 유용성을 느끼고 수학에 흥미를 가질 수 있는가? 문제 해결 창의·융합 정보 처리 태도 및 실천	11	관찰, 프로젝트

과정 중심 평가에 따른 지도 방안 예시

1. 내용

평가 목표	몫이 두 자리 수이고 나누어떨어지는 (세 자리 수)÷(두 자리 수)의 계산 원리와 형식을 이해하고 몫을 구할 수 있다.
평가 방법	관찰, 지필, 구술
평가 도구	전자 저작물 체크리스트
유의 사항	• 곱셈으로 어림하여 나눗셈의 몫의 십의 자리를 구할 수 있는지 확인한다. • 몫을 1 크게 하거나 1 작게 해야 하는 상황을 이해하고 적절하게 몫의 크기를 바꾸어 계산 전략을 수정하는지 확인한다. • 곱셈과 나눗셈의 관계를 이해하고 나눗셈의 해결 전략으로 곱셈으로 어림하는 방법을 이해했는지 확인한다. • 계산 과정에서 나타나는 오개념이나 오류를 파악하여 학생들의 올바른 이해를 돕도록 한다.

평가로 파악한 학습 정보	지도 방안 예시
나눗셈 원리를 이해하고 능숙하게 계산을 하는 경우	• 계산 방법을 설명해 보도록 한다. • 곱셈과 관련지어 나눗셈 결과를 설명해 보도록 한다. • 다른 문제를 만들고 문제를 해결해 보게 한다.
곱셈으로 어림하여 접근하나 몫을 1 크게, 작게 바꾸는 데 어려움을 보이는 경우	• 잘못된 계산이 아니라 나눗셈의 계산 중에 나타나는 자연스러운 과정으로 생각하도록 한다. • 몫을 1 크게 해야 할 때에는 더 나눌 수 있는지를 물어보고 확인하게 하여 학생이 나머지가 제수보다 클 때의 의미를 이해하도록 지도한다. • 몫을 1 작게 해야 할 때에는 나눌 수 있는 상황인지를 학생이 확인하게 하여 몫의 크기를 조정해야 함을 이해하도록 한다. • 제수를 몇십으로 어림하여 몫을 구하는 방법과 제수를 그대로 하여 몫을 구하는 방법을 비교해 보고 편리한 점을 말해 보도록 한다.
계산 절차는 수행하나 계산 과정에서 규칙적인 오개념이나 오류가 나타나는 경우	• 계산 결과를 곱셈으로 확인해 보고 자신의 계산과 다른 점을 찾아보도록 한다. • 다른 친구들의 계산 방법과 비교해 보고 다른 점을 찾아보도록 한다. • 곱셈으로 계산 결과를 확인한 내용과 다른 친구들과 비교해 보고 새롭게 알게 된 점을 이야기하게 한다.
계산 원리에 대한 이해가 부족하고 계산도 못하는 경우	• 이전 단계의 나눗셈 문제를 통해 나눗셈의 개념을 이해하고 있는지 확인한다. • 몫의 범위, 피제수, 제수를 간단히 하여 나눗셈의 원리를 이해할 수 있도록 한다. • 쉬운 상황에서의 나눗셈 문제를 해결하고 해결 방법을 간단하게 말해 보도록 한다.

2. 교과 역량

평가 목표	나눗셈의 몫을 곱셈을 통하여 구할 수 있고, 해결 방법을 설명할 수 있는가? 추론 의사소통
평가 방법	지필, 구술
평가 도구	전자 저작물 체크리스트, 전자 저작물 형성 평가
유의 사항	• 곱셈과 나눗셈의 관계를 이해하고 곱셈을 적절하게 사용하여 나눗셈의 몫을 구하는 방법을 표현하도록 한다. • 나눗셈의 해결 방법을 설명하는 과정에서 관련된 수학 개념을 적절하게 활용하여 의사소통하도록 한다. • 수의 앞자리 수로 어림하기, 수를 간단한 수로 바꾸어 어림하기 등 곱셈에서 다양한 어림 전략을 활용하는지를 확인한다.

평가로 파악한 학습 정보	지도 방안 예시
적절하고 다양한 방법과 수학 용어를 자유롭게 표현하는 경우	• 문제를 설명할 수 있는 다른 방법이나 다른 설명 방법을 찾아보도록 한다. • 해결 방법을 일반화하여 적용할 수 있는 다른 문제를 찾아보거나 만들어 보도록 한다.
수학적 표현이 능숙하지 못한 경우	• 수학 용어 표현이 미숙한 경우 수식이나 완성되지 않은 단어, 핵심 낱말 수준으로 생각을 표현해 보게 한다. • 수학 용어에 대한 개념 이해 정도를 교사가 질문하여 확인하고 이해를 하고 있는 개념에 대해서는 질문한 내용들을 바탕으로 적절한 표현 용어를 생각해 보도록 한다. • 다른 친구들과 같은 문제 상황에 대해서 다양한 표현을 이야기해 보도록 한다. • 친구들의 표현과 자신의 표현의 공통점과 차이점을 찾아보고 생각을 말해 보도록 한다.
곱셈과 나눗셈의 관계를 연결하지 못하는 경우	• 곱셈구구나 10의 곱 등 간단한 상황에서 곱셈과 나눗셈의 관계를 찾아보도록 한다. • 나누어떨어지는 간단한 나눗셈 상황에서 곱셈과 나눗셈의 관계를 찾아보도록 한다. • 학생이 스스로 찾아낸 나눗셈과 곱셈의 관계를 설명하게 한다. • 다른 나눗셈 문제 상황을 곱셈으로 표현하도록 한다.

단원 배경 지식

1. 어림 전략

계산을 할 때 어림은 많은 노력을 들여 정확한 계산을 하지 않더라도 옳은 결정을 내리기에 충분한 근사한 값을 산출하는 과정이다. 어림은 대체적으로 암산으로 행해지지만, 결과를 기록하는 것이 필요한 경우도 있다. 정확한 계산을 시작하기 전의 어림은 어떠한 계산 결과를 기대하는지에 대한 일반적인 감각을 형성하는 데 도움을 준다. 계산을 하는 동안의 어림은 계산이 올바른 방향으로 수행되고 있는지에 대한 즉각적인 중간 점검의 기회를 제공한다.

흔히 사용하는 어림 전략으로는 앞자리 수로 어림하기(front－end estimation), 반올림하여(rounding) 어림하기, 어울리는 수(compatible numbers)로 어림하기 등이 있다.

앞자리 수로 어림하기는 주어진 수의 맨 왼쪽 숫자에 주목하는 방법이다. 예를 들어 356×47과 같은 곱셈에서는 300×40으로, 629÷55와 같은 나눗셈에서는 600÷50으로 생각하는 것이다.

반올림하여 어림하기는 앞자리 수로 어림하기보다 정교한 방법인데 수가 바뀌거나 재형성되기 때문이다. 이 어림 방법은 모든 연산에 적합하지만 특히 곱셈에 아주 적절하다. 예를 들어 356×47과 같은 곱셈에서는 400×50으로, 629÷55와 같은 나눗셈에서는 600÷60으로 생각하는 것이다.

정확한 계산을 시작하기 전에 어떠한 계산 결과를 기대하는지에 대한 목적으로 어림을 하는 경우 실제 계산 결과가 어림한 결과보다 클지 작을지를 판단하는 것은 중요하다. 356×47을 앞자리 수로 어림하기 방법을 이용하여 300×40으로 어림하였다면 계산 결과보다 작게 어림한 것으로 356×47은 300×40보다 크다. 반올림하여 400×50으로 어림하였다면 이 어림값은 356×47보다는 크다. 승수와 피승수를 반올림하면 둘 중 하나는 실제 값보다 큰 수로, 다른 하나는 작은 수로 반올림하여 어림하는 경우는 어림값이 실제 값보다 큰지 작은지를 판단하기 쉽지 않다.

어울리는 수로 어림하기는 문제에 있는 수를 계산하기 쉬운 수, 즉 곱셈구구나 나눗셈구구로 쉽게 계산할 수 있는 가까운 수로 수를 바꾸는 것이다. 예를 들어 2637÷4는 2800÷4로 바꾸는 것이다. 28÷4＝7이 계산하기 쉽고 익히 알고 있기 때문이다. 그리고 제수가 두 자리 수인 3947÷19인 경우 3800÷19로 바꾸어 어림한다. 19×2가 38이라는 사실을 알고 있다면 계산하기 쉽기 때문이다. 물론 3947÷19를 4000÷20으로 어림할 수 있다. 이 경우는 반올림으로 어림하는 경우와 동일하다.

나눗셈 알고리즘이 다른 연산 알고리즘과 가장 큰 차이점은 어림 과정이 필요하다는 것이다. 나눗셈 계산에서 실제 몫을 구하기 전에 어림한 몫을 잠정 몫이라고 한다. 잠정 몫을 구할 때에 위에서 살펴본 어림 전략인 앞자리 수로 어림하기, 반올림하여 어림하기, 어울리는 수로 어림하기 등이 사용될 수 있다.

27)93 ⇨ 20)90 ⇨ 9÷2는 4 (앞자리 수로 어림하기)
27)93 ⇨ 30)90 ⇨ 9÷3은 3 (반올림하여 어림하기)
27)100 ⇨ 25)100 ⇨ 100÷25는 4 (어울리는 수로 어림하기)

나눗셈 계산을 할 때 잠정 몫이 실제 몫보다 1이 크거나 작게 어림되는 경우가 빈번하다. 성인들조차도 한 번 정도 시행착오를 하는 경우가 있다. 따라서 나눗셈 계산 과정에서 잠정 몫을 1 크게 할지, 1 작게 할지를 판단하는 것이 중요하다. 아울러 잠정 몫을 처음부터 올바른 몫으로 어림해야 한다는 강박 관념을 갖지 않게 해 주는 것이 필요하다.

2. 곱셈 알고리즘의 이해

곱셈은 교환법칙과 결합법칙, 덧셈에 대한 분배법칙이 성립한다. 이런 성질은 자릿값 개념과 더불어 알고리즘을 구성하는 각 절차를 이해하기 위한 기초가 된다. 356×7을 생각하여 보자. 356은 자릿값 개념을 바탕으로 하여 300+50+6이 된다. 따라서

356×7=(300+50+6)×7=300×7+50×7+6×7=2100+350+42=2492

가 된다. 이를 세로로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{array}{rr} & 3\ 5\ 6 \leftarrow 300+50+6 \\ \times & \quad 7 \\ \hline & 4\ 2 \leftarrow 6\times 7 \\ & 3\ 5\ 0 \leftarrow 50\times 7 \\ & 2\ 1\ 0\ 0 \leftarrow 300\times 7 \\ \hline & 2\ 4\ 9\ 2 \leftarrow 2100+350+42 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} {\scriptstyle 3\ 4} \\ 3\ 5\ 6 \\ \times \quad 7 \\ \hline 2\ 4\ 9\ 2 \end{array}$$

이런 곱셈 알고리즘은 자릿값 개념과 분배법칙을 이용하여 부분 곱을 구한 후 각 부분 곱을 더하여 구하기에 부분 곱 알고리즘이라고도 한다.

이 단원에서는 (세 자리 수)×(두 자리 수)를 지도한다. 학생들은 먼저 승수가 두 자리 수 중 특별한 경우인 몇십인 경우의 곱셈을 먼저 이해하여야 한다. 이를 이해하기 위해서는 결합법칙이 필요하다. 예를 들어 365×20을 생각하여 보자. 20은 10이 두 개이므로 10×2로 생각할 수 있다. 그래서

$$\begin{aligned} 365\times 20 &= 365\times(10\times 2) && \leftarrow \text{자릿값 개념} \\ &= 365\times(2\times 10) && \leftarrow \text{교환법칙} \\ &= (365\times 2)\times 10 && \leftarrow \text{결합법칙} \\ &= 730\times 10 && \leftarrow \text{10의 거듭제곱의 곱} \\ &= 7300 \end{aligned}$$

이 된다. 자연수에 10의 거듭제곱을 곱한 결과는 실제 수 모형을 가상적으로 사용하면 이해할 수 있다. 예를 들어 730×10인 경우는 다음과 같다.

	천 모형	백 모형	십 모형	일 모형
730		7	3	0
730×10	7	3	0	0
730×10=7300				

승수가 한 자리 수인 경우 피승수를 자릿값에 따라 분해하여 분배법칙을 적용하여 부분 곱을 구하여 더하는 알고리즘과 승수가 몇십인 곱셈에 능숙해지면 승수가 두 자리 수인 알고리즘을 이해할 수 있다. 승수가 두 자리 수인 경우 곱셈 알고리즘의 핵심은 승수를 자릿값에 대해 분해하여 부분 곱을 구하여 더하는 것이다. 예를 들면 365×27인 경우는 다음과 같다.

365×27=365×(20+7)=365×20+365×7=7300+2555=9855

이를 세로로 계산 과정을 형식화하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{rr} & 3\ 6\ 5 \\ \times & \quad 2\ 7 \leftarrow 20+7 \\ \hline & 2\ 5\ 5\ 5 \leftarrow 365\times 7 \\ & 7\ 3\ 0\ 0 \leftarrow 365\times 20 \\ \hline & 9\ 8\ 5\ 5 \leftarrow 365\times 20+365\times 7 \end{array}$$

3. 나눗셈 계산 알고리즘의 이해

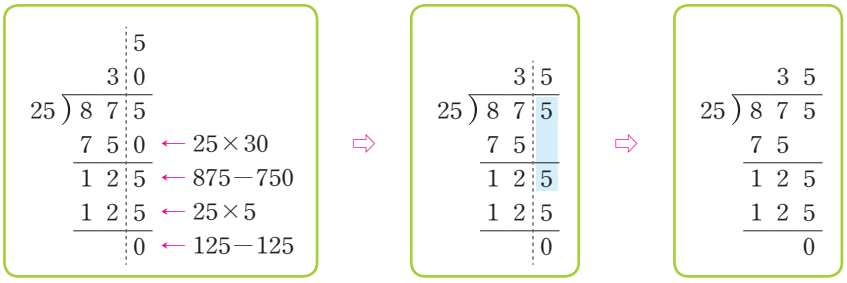
나눗셈에서 왼쪽 분배법칙은 성립하지 않지만 오른쪽 분배법칙은 성립한다. 곱셈 계산에서 부분 곱을 구하고 이를 더하여 답을 구하듯이, 나눗셈은 오른쪽 분배법칙을 사용하여 부분 몫을 구하고 이를 더하여 몫을 구하는 과정이 기본 원리이다. 예를 들면 $875 \div 25$는 다음과 같다.

$$875 \div 25 = (750 + 125) \div 25 = 750 \div 25 + 125 \div 25 = 30 + 5 = 35$$

곱셈에서는 승수나 피승수를 자릿값을 가지고 분해하여 분배법칙을 적용하여 부분 곱을 구하는 과정이 쉬웠지만 나눗셈에서는 분배법칙을 적용하여 부분 몫을 구하기 위해 피제수를 어떻게 분해해야 할지가 명시적으로 드러나 있지 않다. 그래서 몫이 두 자리 수가 되는 나눗셈의 경우 몫의 십의 자리 부분을 먼저 어림하는 과정이 필요하다.

25×30은 750이고 $25 \times 40 = 1000$이기 때문에 $875 \div 50$의 몫에서 십의 자리 수는 3이다. 875에서 750을 빼면 125가 된다. 125를 25로 나누면 몫이 5가 된다. 따라서 $875 \div 25$의 몫은 35가 된다.

이를 세로로 나타내면 다음과 같다.



우리나라 초등학교에서는 제수가 두 자리 수인 경우까지만 나눗셈 계산을 하도록 지도하고 있다. 따라서 (세 자리 수)÷(두 자리 수)를 계산할 때는 다음과 같은 점을 충실히 지도해야 한다.

첫째, 나눗셈 계산 과정에서 뺄셈도 필요하지만 (두 자리 수)×(한 자리 수)를 두 번 정도 해야 한다. 따라서 학생들이 나눗셈 계산에 숙달되기 위해서는 먼저 (두 자리 수)×(한 자리 수)에 대하여 충분한 연습이 이루어져야 한다.

둘째, 잠정 몫을 구할 때 실제 몫보다 1만큼 더 크거나 작은 경우는 흔한 일이다. 잠정 몫을 처음부터 정확히 구해야 한다는 강박감을 갖지 않도록 지도한다. 그리고 잠정 몫이 적절하지 않을 때 1을 더하거나 1을 빼서 잠정 몫을 수정하는 과정을 충실히 지도해야 한다.

셋째, 나눗셈 알고리즘은 뺄셈과 곱셈이 여러 번 필요하므로 학생들이 실수를 할 가능성이 많다. 계산을 하기 전에 몫을 어림해 보거나 계산을 마친 후 검산하는 습관을 갖도록 지도해야 한다.

4. 곱셈과 나눗셈에서 학생들이 범하는 오류 유형

가. 오류 1: 받아올림 중복 사용 오류

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\ \ } \\ 46 \\ \times\ 24 \\ \hline 184 \\ 102\ \ \\ \hline 1204 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\ } \\ 176 \\ \times\ 42 \\ \hline 352 \\ 594\ \ \\ \hline 6292 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 4\ } \\ 128 \\ \times\ 75 \\ \hline 640\ \ \\ 886\ \ \\ \hline 9500 \end{array}$$

곱셈을 계산할 때 먼저 승수의 일의 자리와 피승수의 곱을 구하여야 한다. 이때 받아올림이 있는 경우 이를 피승수와 몇십을 곱할 때 그대로 다시 사용하는 오류를 범한다.

나. 오류 2: 덧셈에서 받아올림과 착각 오류

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\ \ } \\ 27 \\ \times\ 4 \\ \hline 168 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 3\ 4\ } \\ 206 \\ \times\ 18 \\ \hline 4028 \\ 206\ \ \\ \hline 6088 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 4\ 5\ } \\ {\scriptstyle \not{3}\ \not{4}} \\ 128 \\ \times\ 75 \\ \hline 800\ \ \\ 3596\ \ \\ \hline 36760 \end{array}$$

받아올림이 있는 덧셈 계산과 받아올림이 있는 곱셈 알고리즘을 혼동하는 경우 오류를 범한다. 덧셈 알고리즘에서 두 수의 일의 자리를 더하여 받아올림한 수와 십의 자리 두 수의 합을 더한다. 곱셈에서는 두 수의 곱을 구하여 받아올림한 수를 피승수의 해당 자리 수와 더한 후 곱하는 오류를 범하는 학생이 있다.

다. 오류 3: 각 위치에 있는 수들만 곱하는 오류

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times\ 62 \\ \hline 188 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 621 \\ \times\ 23 \\ \hline 1243 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ \ } \\ 128 \\ \times\ 71 \\ \hline 848 \end{array}$$

덧셈 알고리즘에서는 각 자리 수들끼리 더한다. 그 영향으로 곱셈에서 일의 자리 두 수를 곱하고 그 다음 십의 자리 두 수를 곱하는 오류를 범하는 학생이 있다. 34×62의 경우 4와 2의 곱 8을 쓰고 3과 6의 곱 18을 그대로 쓴 경우이다. 승수보다 피승수의 자리 수가 더 클 경우 승수의 가장 왼쪽의 수는 계산 과정에서 그대로 기록된다. 두 번째 계산식에서 6과 2를 곱하여 그대로 12라고 쓰는 오류를 범한다.

라. 오류 4: 오른쪽부터 쓰는 오류

$$\begin{array}{r} 68 \\ 6\overline{)516} \\ 48\ \ \\ \hline 36 \\ 36 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12 \\ 19\overline{)399} \\ 38\ \ \\ \hline 19 \\ 19 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 72 \\ 25\overline{)685} \\ 50\ \ \\ \hline 185 \\ 175 \\ \hline 10 \end{array}$$

나눗셈 알고리즘에서는 몫의 일의 자리를 가장 나중에 쓰게 된다. 즉 결과를 왼쪽부터 오른쪽으로 써 나간다. 그에 반해 학생들이 이미 학습한 덧셈, 뺄셈, 곱셈 알고리즘은 모두 일의 자리부터 계산하고 쓰기 때문에 결과를 오른쪽부터 왼쪽으로 써 나간다. 그래서 학생들이 몫의 십의 자리 수를 일의 자리에, 일의 자리 수를 십의 자리에 쓰는 오류를 범한다.

주어진 나눗셈식의 몫은 86, 21, 27이 바르게 계산한 몫이다.

마. 오류 5: 몫의 십의 자리에 0 생략 오류

```
    1   6
6 ) 6 3 9
    6
    ---
      3 9
      3 6
    -----
        3
```

답 16…3

```
    7   8
6 ) 4 2 5 0
    4 2
    -----
        5 0
        4 8
    -------
          2
```

답 78…2

```
    2   3
23 ) 4 6 7 9
    4 6
    -----
        7 9
        6 9
    -------
        1 0
```

답 23…10

나눗셈을 계산할 때 학생들이 어려워하는 나눗셈 유형 중 하나가 몫의 십의 자리가 0인 경우이다. 학생들은 십의 자리에서 나눌 수 없을 때 곧바로 일의 자리로 나아가는 오류를 범한다.

주어진 나눗셈식의 몫은 106, 708, 203이 바르게 계산한 몫이다.

자료 출처

- 강문봉 외(2003). 『초등 수학 학습 지도의 이해』. 서울: 양서원, 371－387.
- Otto, A. Dean(2012). *Developing Essential Understanding of Multiplication and Division Grades* 3–5. NCTM.

3 단원 1 차시

단원 도입

수업의 흐름

선수 학습 내용 알아보기

그림 속 상황 살펴보기

공부할 내용 살펴보기

이 단원에서 배울 내용 확인하기

+ 선수 학습 내용 알아보기 (『수학 익힘』 37쪽)

학생들이 이 단원에서 학습할 (세 자리 수)×(두 자리 수)와 (세 자리 수)÷(두 자리 수)를 이해하기 위해서 3학년까지 학습한 곱셈의 의미, 곱셈구구, 나눗셈의 의미, 곱셈과 나눗셈 사이의 관계를 확실히 알고 있는지 확인해 본다.

- 곱셈과 나눗셈을 계산해 볼까요?
  - $70\times50=3500$, $90\div3=30$, $85\div5=17$

$$\begin{array}{r} 243 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 972 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r} 26 \\ \times\ 37 \\ \hline 962 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r} 102 \\ 6\overline{)612} \\ 600 \\ \hline 12 \\ 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

- 사과가 모두 몇 개인지 구하는 식을 쓰고 계산해 보세요.
  - 곱셈으로 구할 수 있습니다. 식은 24×12입니다.
  - 사과는 모두 288개입니다.
- 곶감은 한 상자에 모두 몇 개씩 담을 수 있는지를 구하는 식을 쓰고 계산해 보세요. 몇 개씩 담고 몇 개가 남나요?
  - 나눗셈으로 구할 수 있습니다. 식은 $98\div4$입니다.
  - 나눗셈 계산을 하면 한 상자에 24개씩 담을 수 있고 2개가 남습니다.
- $84\div7=\square$에서 $\square$ 안에 알맞은 수를 구하고, 곱셈식으로 바꾸어 계산해 보세요.
  - $84\div7$를 계산해 보면 $\square$는 12입니다.
  - 곱셈식으로 바꿔 계산하면 $\square\times7=84$, $\square$는 12입니다.
- $\square\times6=204$를 나눗셈식으로 어떻게 바꾸어 쓸 수 있을까요?
  - $204\div6=\square$입니다. 계산하여 $\square$의 값을 구하면 34입니다.
  - $34\times6=204$가 되므로 구한 답이 맞습니다.

곱셈과 나눗셈 계산에서 곱셈구구는 매우 중요하다. 학생들이 계산하는 과정을 관찰하여 곱셈구구를 잘 알고 있는지 확인하는 과정이 필요하다. 곱셈구구를 숙달하지 못한 학생의 경우 보충 지도를 해 주어야 한다.

+ 그림 속 상황 살펴보기

공원에는 알뜰 장터와 자원 재활용을 위해 재활용품을 모으는 장소가 있다. 수돗가에서 물을 낭비하는 모습을 보고 우리가 하루에 사용하는 물의 양이 얼마나 되는지를 발문하고, 재활용품으로 수집된 폐지를 보며 우리가 사용하는 종이를 만들기 위해 얼마나 많은 나무가 필요한지 생각해 보게 한다. 또한 알뜰 장터에서 물건을 포장해 파는 경험에 대해 논의하는 시간을 갖는다. 우리가 사용하는 자원의 양을 구하기 위해 곱셈이 필요하며, 자원을 절약하기 위한 알뜰 장터에서는 나눗셈이 필요함을 인식하게 해 주어 곱셈과 나눗셈에 대한 관심과 흥미를 높일 수 있게 한다.

들려줄 이야기

"얘들아, 학교 근처 공원에 알뜰 장터가 열렸대. 어서 가 보자."
수일, 지혜, 도영, 슬기는 신이 나서 알뜰 장터를 찾았어요.
친구들도 많이 찾아왔어요.
"색연필과 연필을 파는 곳도 있네."
수일이는 색연필과 연필 판매장을 찾아갔어요.
"책을 기부하면 사탕을 준대. 남는 책을 가져와야지."
슬기는 책을 기부하는 곳에 갔어요.
"재활용품을 모으면 환경에 도움이 될 거야."
도영이는 재활용품을 모으는 곳에서 봉사 활동을 했어요.
"수돗물이 틀어져 있네."
지혜는 수돗가로 달려가서 물을 잠그는 친구가 고마웠어요.
우리는 물이나 종이 같은 자원을 얼마나 사용할까요?
우리가 사용하는 자원들을 모으면 얼마나 될까요?

- 여러분은 하루에 몇 리터의 물을 사용하는 것 같나요? 친구들과 이야기해 보고 발표해 보세요.
  - 20 L 정도 될 것 같습니다.
  - 100 L 정도 될 것 같습니다.

• 우리나라 사람이 하루에 사용하는 물의 양은 생각보다 아주 많아요. 우리 반 친구들이 모두 하루 사용하는 물의 양이 같다고 생각할 때, 우리 반 학생 전체가 사용하는 물의 양은 어떻게 구할 수 있을까요?
— 한 사람이 사용하는 물의 양에 우리 반 학생 수를 곱합니다.

• 그러면 한 사람이 하루에 200 L의 물을 쓴다면 우리 반 학생들이 하루에 쓴 물의 양이 얼마인지 식으로 나타내어 보세요.
— 200×○○(학급의 학생 수)입니다.

1 L에 대한 양감이 없는 학생들을 위해 500 mL 생수병이나 2 L 생수병을 기준으로 하여 하루에 몇 병 정도 사용하는지를 생각하게 한다. 또한 마시는 물만 아니라 세수, 양치질을 할 때나 변기를 사용할 때도 물이 사용됨을 생각하게 해 준다.
단원 학습에 대한 동기 부여 및 관심과 호기심을 유발하기 위하여 가능한 다양한 의견을 수용해 주고 허용적인 분위기에서 의견을 제시할 수 있도록 격려한다.

• 알뜰 장터에서 무엇을 팔고 있나요?
— 연필, 색연필을 팔고 있습니다.

• 연필을 몇 자루씩 묶어 팔고 있나요?
— 12자루씩 묶어 팔고 있습니다.

• 연필을 12자루씩 묶으면 모두 몇 묶음이 되는지 어떻게 알 수 있을까요?
— 전체 연필을 12로 나누어야 합니다.

• 60~61쪽의 알뜰 장터 그림을 보고 관련된 곱셈 문제나 나눗셈 문제를 만들어 보고 발표하여 보세요.
— 20×2 / 빈 병이 20개씩 담긴 상자가 2상자 있습니다. 빈 병은 모두 몇 개인가요?
— 60÷12 / 연필 60자루를 12개씩 묶으면 몇 묶음인가요?

+ 수학 교과 역량

이런 활동을 할 수 있어요

● **곱셈과 나눗셈에 관해 이야기하기** 추론 의사소통

• 지금까지 곱셈과 나눗셈에 관하여 배운 내용 중 기억나는 것을 모두 말해 보세요.
예 곱셈과 나눗셈의 관계, 곱셈의 계산 방법, 나눗셈의 계산 방법

● **덧셈과 곱셈의 비슷한 점 살펴보기** 추론 의사소통

• 간단한 덧셈과 곱셈을 보고 비슷한 점을 찾아 말해 보세요.

2+3+5=5+5=10	2×3×5=6×5=30
2+3+5=2+8=10	2×3×5=2×15=30
8+7=7+8=15	

— 앞에서부터 계산한 값과 뒤에서부터 계산한 값이 같습니다.

● **다음을 계산해 보고 곱이 언제 작아지고 커지는지 생각해 보기** 추론 의사소통

40 × 20	39 × 21	38 × 22	37 × 23
40 × 20	41 × 19	42 × 18	43 × 17

— 두 수의 합이 일정할 때 두 수의 차가 작아질수록 곱은 커집니다.

+ 공부할 내용 살펴보기

• 여러분이 만든 곱셈식을 나눗셈식으로, 나눗셈식을 곱셈식으로 나타내어 보세요.
— 40÷20=2, 40÷2=20입니다.
— 12×5=60, 5×12=60입니다.

나눗셈 상황을 나타내는 알뜰 장터의 그림에서 제수는 찾을 수 있지만 피제수를 찾아내기는 어렵다. 학생들이 나눗셈식을 만들기 위해서는 피제수를 임의값으로 설정해야 하므로 나눗셈식보다는 곱셈식을 만들기가 쉽다.
학생들이 만든 곱셈식을 나눗셈식으로 바꿔 보는 활동을 통해 곱셈식과 나눗셈식의 관계를 이해하고 나눗셈 상황으로 표현하는 경험을 할 수 있다.

+ 이 단원에서 배울 내용 확인하기

• 지금까지 알아본 내용을 통하여 3단원에서는 무엇에 대하여 공부할지 생각해 보세요.
— (세 자리 수)×(두 자리 수)를 계산하는 방법을 배울 것 같습니다.
— (세 자리 수)÷(두 자리 수)를 계산하는 방법을 배울 것 같습니다.