

# 6

## 분수와 소수

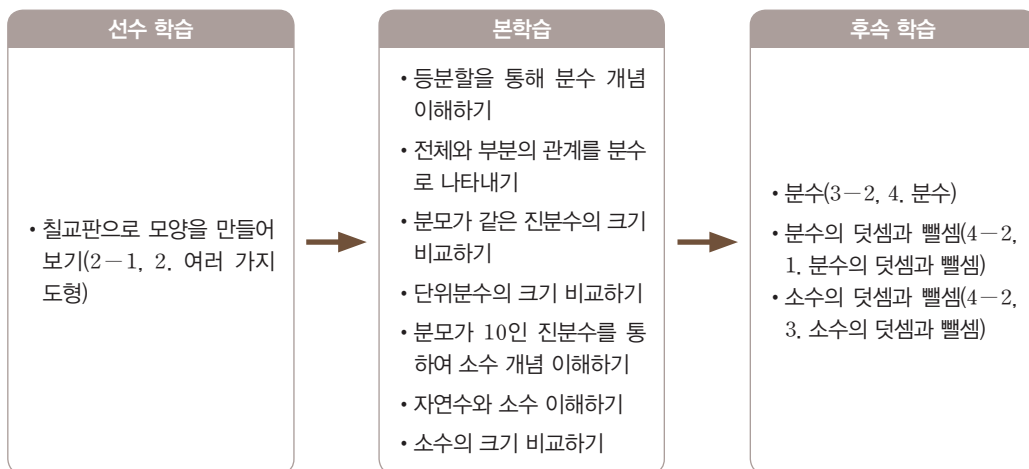
### 단원 개관

학생들은 일상생활에서 피자를 똑같이 나누어 먹거나 케이크를 접시에 똑같이 나누어 담는 경우와 같이 전체를 등분할하는 경험을 하게 된다. 물건의 길이를 재거나 무게를 잴 때, 정확하게 주어진 단위의 몇 배가 아닌 경우 측정한 결과를 좀 더 정확하게 나타내기 위해 단위들을 똑같이 세분해서 측정하는 경험을 한다. 이와 같이 사람들은 등분할이나 측정에서 자연수로는 정확하게 나타낼 수 없는 양을 표현하기 위해 분수와 소수 개념을 발전시켜 왔다.

이 단원에서는 학생들의 경험을 바탕으로 자연수로는 정확하게 표현할 수 없는 양을 나타내는 분수와 소수를 다룬다. 우선 일상생활의 친숙한 등분할 상황에서 전체가 1인 연속량을 똑같이 나누는 활동으로 등분할의 개념을 이해한다. 이를 기초로 전체를 몇으로 나눈 것 중의 몇이라는 의미로 분수의 개념을 알아보고 다양한 상황에서 부분과 전체의 크기를 분수로 나타내어 본다. 이어서 분수의 크기를 비교하는 것을 배우게 되는데, 분모가 같은 진분수끼리 크기를 비교할 때는 시각적으로 비교한 후에 단위분수의 수를 비교하는 방법을 알아보고, 단위분수끼리 크기를 비교할 때는 시각적으로 비교한 후에 분모를 비교하는 방법을 알아본다. 또한 학생들에게 친숙한 측정 상황에서 측정 결과를 좀 더 정확하게 나타낼 수 있는 수의 필요성을 인식하고 분모가 10인 진분수를 통하여 소수 한 자리 수를 이해하며 소수점을 사용하여 소수를 쓰고 읽는 방법을 알아본다. 이어서 길이를 나타내는 상황에서 대소수를 이해하고 소수의 크기를 비교할 때 시각적으로 비교한 후에 0.1이 몇 개인지를 비교하는 방법을 알아본다.

준비할 교구: 원 모양 종이, 사각형 모양 종이, 자, 모양 조각

### 단원 학습 계열



## 교육과정

2015 개정 수학과 교육과정	
성취기준	⑤ 분수
	[4수01-10] 양의 등분할을 통하여 분수를 이해하고 읽고 쓸 수 있다.
	[4수01-11] 단위분수, 진분수, 가분수, 대분수를 알고, 그 관계를 이해한다.
	[4수01-12] 분모가 같은 분수끼리, 단위분수끼리 크기를 비교할 수 있다.
	⑥ 소수
	[4수01-13] 분모가 10인 진분수를 통하여 소수 한 자리 수를 이해하고 읽고 쓸 수 있다.
	[4수01-15] 소수의 크기를 비교할 수 있다.

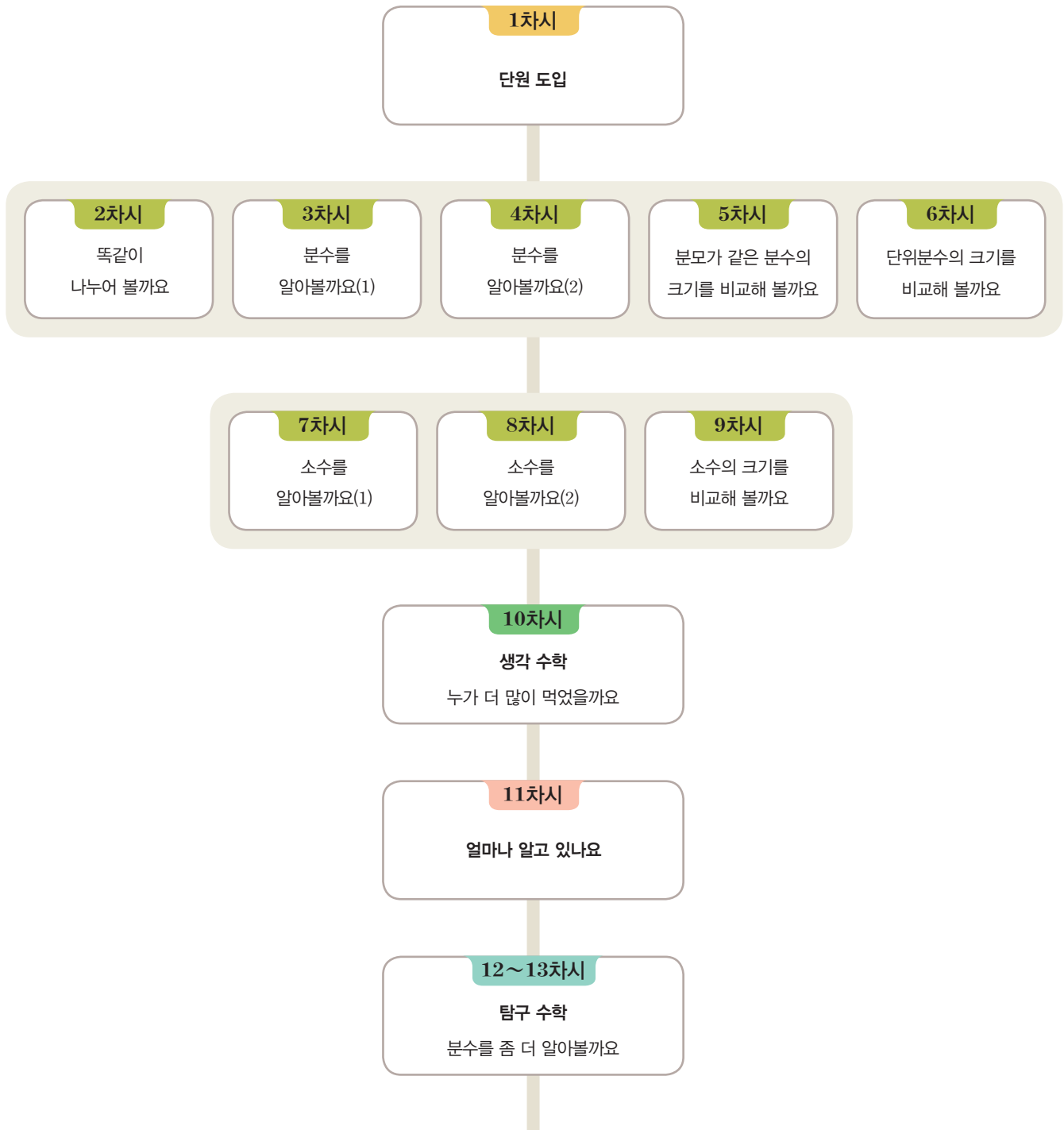
### 〈교수·학습 방법 및 유의 사항〉

- 1보다 작은 양을 나타내는 경우를 통하여 분수의 필요성을 인식하게 하고, 분수를 도입할 때 '분모', '분자'를 사용한다.
- 수와 연산 영역의 문제 상황에 적합한 문제 해결 전략을 지도하고, 문제 해결 과정을 설명하게 하여 문제 해결 능력을 기른다.

## 단원 학습 목표

영역	단원 학습 목표
내용	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 전체를 똑같이 나눌 수 있다.</li> <li>2. 전체와 부분의 관계를 분수로 나타낼 수 있다.</li> <li>3. 분수를 쓰고 읽을 수 있다.</li> <li>4. 분모가 같은 진분수의 크기를 비교할 수 있다.</li> <li>5. 단위분수의 크기를 비교할 수 있다.</li> <li>6. 한 자리의 소수를 이해할 수 있다.</li> <li>7. 자연수와 소수로 이루어진 소수를 이해할 수 있다.</li> <li>8. 소수를 쓰고 읽을 수 있다.</li> <li>9. 소수의 크기를 비교할 수 있다.</li> </ol>
교과 역량	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 구체물이나 반구체물을 주어진 상황에 맞게 등분할할 수 있다. <b>추론</b> <b>정보 처리</b></li> <li>2. 주어진 상황에 맞게 분수를 쓰고 읽을 수 있다. <b>추론</b> <b>의사소통</b></li> <li>3. 주어진 상황에 맞게 소수를 쓰고 읽을 수 있다. <b>추론</b> <b>의사소통</b></li> <li>4. 그림 그리기나 수직선에 나타내기 등 다양한 방법으로 분수와 소수의 크기를 비교하고 더 효율적인 방법을 찾을 수 있다. <b>문제 해결</b> <b>추론</b> <b>창의·융합</b></li> <li>5. 생활 주변에서 분수와 소수가 사용되는 경우를 살펴보고 이야기하는 과정에서 분수와 소수의 필요성과 수학의 유용성을 경험할 수 있다. <b>창의·융합</b> <b>의사소통</b> <b>태도 및 실천</b></li> <li>6. 분수와 소수를 다루는 문제 상황에서 적절한 문제 해결 전략을 활용하여 문제를 해결하고 해결 과정을 설명할 수 있다. <b>문제 해결</b> <b>추론</b> <b>창의·융합</b> <b>의사소통</b> <b>정보 처리</b></li> <li>7. 분수와 소수에 관련된 문제 해결 과정을 친구들과 함께 고민하고 해결해 보는 활동을 통하여 서로를 배려하고 존중하며 협력하는 태도를 실천할 수 있다. <b>태도 및 실천</b></li> </ol>

## 단원의 흐름



다양한 실생활 상황 속에서 똑같이 나누어 보는 활동을 통해 전체와 부분의 관계로서의 분수의 의미를 이해하고 분수를 쓰고 읽는 방법을 알고 분모가 같은 진분수와 단위분수의 크기를 비교한다. 측정 상황에서 그 결과를 좀 더 자세하게 나타내기 위한 수로 소수를 이해하고 소수를 쓰고 읽는 방법을 알고 다양한 방법으로 소수의 크기를 비교한다.

## 단원의 전개 계획

차시 『수학』 쪽수	주제	수업 내용 및 활동	교과 역량	준비물	『수학 익힘』 쪽수
1차시 110~111쪽	단원 도입	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 선수 학습 내용을 확인한다.</li> <li>• 단원 도입 그림을 보면서 분수와 소수의 의미와 필요한 상황을 이해하게 한다.</li> </ul>			71쪽
2차시 112~113쪽	똑같이 나누어 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 구체물이나 그림을 이용하여 똑같이 나누어 보게 한다.</li> <li>• 여러 가지 방법으로 색종이를 똑같이 나누어 보게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 해결</li> <li>추론</li> <li>창의·융합</li> <li>의사소통</li> <li>정보 처리</li> </ul>	원 모양 종이, 사각형 모양 종이	72~73쪽
3차시 114~115쪽	분수를 알아볼까요(1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 전체를 똑같이 나누었을 때 부분이 전체를 몇 등분한 것 중 몇인지를 알게 한다.</li> <li>• 등분할을 통하여 전체에 대한 부분의 크기로서의 분수 개념을 이해하게 한다.</li> <li>• 분수를 쓰고 읽을 수 있게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 해결</li> <li>추론</li> <li>창의·융합</li> <li>의사소통</li> <li>정보 처리</li> <li>태도 및 실천</li> </ul>		74~75쪽
4차시 116~117쪽	분수를 알아볼까요(2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 전체와 부분의 관계를 분수로 표현하게 한다.</li> <li>• 부분을 알 때 전체를 알아보게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 해결</li> <li>추론</li> <li>창의·융합</li> <li>의사소통</li> </ul>		76~77쪽
5차시 118~119쪽	분모가 같은 분수의 크기를 비교해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 분모가 같은 진분수의 크기를 그림 등을 이용하여 다양한 방법으로 비교하게 한다.</li> <li>• 진분수와 단위분수의 관계를 이용하여 분모가 같은 진분수의 크기를 비교하게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 해결</li> <li>추론</li> <li>창의·융합</li> <li>의사소통</li> </ul>		78~79쪽
6차시 120~121쪽	단위분수의 크기를 비교해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 단위분수의 크기를 그림 등을 이용하여 다양한 방법으로 비교하게 한다.</li> <li>• 단위분수를 수직선에 나타내어 크기를 비교할 수 있게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 해결</li> <li>추론</li> <li>의사소통</li> </ul>		80~81쪽
7차시 122~125쪽	소수를 알아볼까요(1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 측정 상황에서 측정 결과를 좀 더 자세하게 나타내는 방법으로 소수를 이해하게 한다.</li> <li>• 분모가 10인 분수를 통하여 소수 한 자리 수를 알게 한다.</li> <li>• 소수를 쓰고 읽을 수 있게 한다.</li> <li>• 소수를 수직선에 나타낼 수 있게 한다.</li> <li>• 분수와 소수의 관계를 알게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 해결</li> <li>추론</li> <li>창의·융합</li> <li>의사소통</li> <li>정보 처리</li> <li>태도 및 실천</li> </ul>		82~83쪽
8차시 126~127쪽	소수를 알아볼까요(2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• mm와 cm의 관계를 이용하여 자연수와 소수를 이해하게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 해결</li> <li>추론</li> <li>창의·융합</li> <li>의사소통</li> <li>정보 처리</li> </ul>		84~85쪽
9차시 128~129쪽	소수의 크기를 비교해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 소수의 크기를 그림이나 수직선 등을 이용하여 다양한 방법으로 비교하게 한다.</li> <li>• 0.1이 몇 개인지 알아보고 이를 활용하여 소수의 크기를 비교하게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 해결</li> <li>추론</li> <li>창의·융합</li> <li>의사소통</li> <li>정보 처리</li> </ul>		86~87쪽

10차시 130~131쪽	[생각 수학] 누가 더 많이 먹었을까요	<ul style="list-style-type: none"> <li>일상생활 상황 속에서 제시된 양을 실제로 비교해 보게 함으로써 전체와 부분의 관계로서의 분수의 의미를 생각해 보게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 해결</li> <li>추론</li> <li>창의·융합</li> <li>의사소통</li> <li>정보 처리</li> <li>태도 및 실천</li> </ul>		
11차시 132~133쪽	[얼마나 알고 있나요]	<ul style="list-style-type: none"> <li>다양한 문제를 해결하여 이 단원에서 배운 내용을 정리하게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 해결</li> <li>추론</li> <li>의사소통</li> <li>정보 처리</li> </ul>		
12~13차시 134~137쪽	[탐구 수학] 분수를 좀 더 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> <li>전체를 똑같은 크기로 다양하게 잘라 보고 한 부분에 대한 다양한 표현이 있음을 알게 한다.</li> <li>부분을 정하고, 그에 따라 전체는 다양한 표현이 있음을 알게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 해결</li> <li>추론</li> <li>창의·융합</li> <li>의사소통</li> <li>정보 처리</li> <li>태도 및 실천</li> </ul>	원 모양 종이, 모양 조각	

## 단원 지도 유의 사항

- ① 학생들에게 생활 주변에서 분수와 소수가 쓰이는 다양한 상황을 찾아보게 함으로써 분수와 소수의 필요성 및 유용성을 인식하게 한다.
- ② 구체물을 이용하여 등분할 활동을 해 봄으로써 분수 개념의 기초가 형성되게 한다.
- ③ 분수를 지도할 때 전체를 인식하는 것이 중요하므로 상황이 바뀔 때마다 전체가 무엇인지 인식하게 한다.
- ④ 분수와 소수의 크기를 다양한 방법을 사용하여 비교해 보고 의사소통을 통하여 좀 더 효과적인 방법을 발견할 수 있도록 안내한다.
- ⑤ 소수를 지도할 때 측정된 결과를 자세하게 나타내기 위해서는 계속 10등분 해 갈 수 있음을 직관적으로 이해하게 한다.

# 단원 학습 평가

영역	평가 내용	관련 차시	평가 방법
내용	1. 전체를 똑같이 나눌 수 있는가?	2	관찰, 지필
	2. 전체와 부분의 관계를 분수로 나타낼 수 있는가?	3	지필, 구술
	3. 분수를 쓰고 읽을 수 있는가?	3~4	지필, 구술, 동료 평가
	4. 분모가 같은 진분수의 크기를 비교할 수 있는가?	5	관찰, 지필, 구술
	5. 단위분수의 크기를 비교할 수 있는가?	6	지필, 구술, 동료 평가
	6. 한 자리의 소수를 이해할 수 있는가?	7	관찰, 지필
	7. 자연수와 소수로 이루어진 소수를 이해할 수 있는가?	8	지필, 구술
	8. 소수를 쓰고 읽을 수 있는가?	7~8	지필, 구술
	9. 소수의 크기를 비교할 수 있는가?	9	관찰, 지필, 구술, 동료 평가
교과 역량	1. 구체물이나 반구체물을 주어진 상황에 맞게 등분할할 수 있는가? 추론, 정보 처리	2~4	관찰, 지필
	2. 주어진 상황에 맞게 분수를 쓰고 읽을 수 있는가? 추론, 의사소통	3~4	지필, 구술
	3. 주어진 상황에 맞게 소수를 쓰고 읽을 수 있는가? 추론, 의사소통	7~8	지필, 구술
	4. 그림 그리기나 수직선에 나타내기 등 다양한 방법으로 분수와 소수의 크기를 비교하고 더 효율적인 방법을 찾을 수 있는가? 문제 해결, 추론, 창의·융합	5, 6, 9	관찰, 지필, 면담, 동료 평가
	5. 생활 주변에서 분수와 소수가 사용되는 경우를 살펴보고 이야기하는 과정에서 분수와 소수의 필요성과 수학의 유용성을 경험할 수 있는가? 창의·융합, 의사소통, 태도 및 실천	1~9	관찰, 구술
	6. 분수와 소수를 다루는 문제 상황에서 적절한 문제 해결 전략을 활용하여 문제를 해결하고 해결 과정을 설명할 수 있는가? 문제 해결, 추론, 창의·융합, 의사소통, 정보 처리	10	관찰, 지필, 면담, 동료 평가, 자기 평가
	7. 분수와 소수에 관련된 문제 해결 과정을 친구들과 함께 고민하고 해결해 보는 활동을 통하여 서로를 배려하고 존중하며 협력하는 태도를 실천할 수 있는가? 태도 및 실천	10, 12~13	자기 평가, 동료 평가

## 과정 중심 평가에 따른 지도 방안 예시

### 1. 내용

평가 목표	분수를 쓰고 읽을 수 있다.
평가 방법	지필, 구술, 동료 평가
평가 도구	전자 저작물 체크리스트, 전자 저작물 형성 평가
유의 사항	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 분수를 나타내는 다양한 상황(㉠ 먹은 부분과 남은 부분, 사용한 부분과 사용하지 않은 부분, 색칠한 부분과 색칠하지 않은 부분 등)을 제시하는 것이 바람직하며, 이때 학생이 전체를 생각하기에 적합한 상황인지 생각해야 한다.</li> <li>• 읽기, 쓰기뿐만 아니라 그림 그리기, 색칠하기, 색종이 접기 등의 다양한 방식으로 주어진 상황에 맞는 분수를 표현할 수 있다.</li> </ul>

평가로 파악한 학습 정보	지도 방안 예시
주어진 상황에 맞게 분수를 쓰고 읽는 경우	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 부분이 되는 것과 그에 해당하는 분수를 보고 전체 1의 양을 알아보게 한다.</li> <li>• 주어진 분수에 맞게 전체를 등분하고 색칠하여 표현하도록 한다.</li> </ul>
전체와 부분을 잘 알지 못해서 분수를 쓰고 읽는 것을 어려워하는 경우	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 주어진 분수에 알맞게 등분된 그림에서 각 부분을 읽고 쓰도록 한다.</li> <li>• 주어진 분수가 의미하는 전체와 부분이 무엇인지를 생각해 보고, 위의 활동에 사용한 그림을 이용하여 설명하도록 한다.</li> </ul>
부분을 보고 전체를 알지 못하는 경우	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 다양한 상황(예 먹은 부분과 남은 부분, 사용한 부분과 사용하지 않은 부분, 색칠한 부분과 색칠하지 않은 부분 등)을 이용하여 전체 중 부분과 그 외의 부분을 생각해 보도록 한다.</li> <li>• 위의 활동을 바탕으로 부분과 그 외의 부분을 그림으로 나타내는 활동을 하고, 이를 통하여 전체를 알아보도록 한다.</li> </ul>
부분을 보고 전체를 알지 못해서 분수를 쓰고 읽는 것을 어려워하는 경우	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 색종이 접기 또는 그림 그리기 등의 방법을 이용하여, 전체를 다양한 경우로 등분하도록 한다.</li> <li>• 이어서 등분한 전체를 활용하여, 다양한 부분(예 <math>\frac{1}{4}</math>, <math>\frac{2}{4}</math>, <math>\frac{3}{4}</math>, <math>\frac{4}{4}</math>)을 손으로 짚거나, 색칠하는 활동 등을 하면서 읽고 쓰도록 한다.</li> </ul>

## 2. 교과 역량

평가 목표	그림 그리기 등 다양한 방법으로 단위분수의 크기를 비교하고 더 효율적인 방법을 찾을 수 있다. <b>문제 해결</b> <b>추론</b> <b>창의·융합</b>
평가 방법	관찰, 지필, 면담, 동료 평가
평가 도구	전자 저작물 체크리스트, 전자 저작물 형성 평가
유의 사항	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 종이띠, 색종이 등을 이용하여 학생이 스스로 단위분수의 크기를 비교하는 방법을 생각해 보도록 하고, 그 방법에 따라 비교하는 과정을 경험하도록 한다.</li> <li>• 단위분수의 크기를 비교하는 방법을 찾는 과정 속에서 오류가 생길 경우 교사가 직접적으로 개입하기보다는, 학생이 스스로 또는 주변 친구들과의 의사소통을 통하여 비교 방법을 수정·보완하여 나가도록 한다.</li> <li>• 단위분수의 크기를 비교하는 방법을 설명하는 과정이 포함될 필요가 있다.</li> </ul>

평가로 파악한 학습 정보	지도 방안 예시
단위분수의 크기를 비교하고, 방법을 설명할 수 있는 경우	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 단위분수의 크기를 비교하는 방법을 예를 들어 설명하도록 한다.</li> <li>• 단위분수의 크기를 비교할 때 분모의 크기를 기준으로 삼을 수 있는 이유를 그림을 그리거나 예를 들어 친구들에게 설명하도록 한다.</li> </ul>
단위분수의 크기를 비교하나, 방법을 설명하기 어려워하는 경우	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 여러 가지 단위분수의 크기를 그림을 그려 비교한 후, 각 경우에서 크고 작은 단위분수 사이의 차이점은 무엇인지 알아보도록 한다.</li> <li>• 각 경우의 차이점을 종합하여 단위분수의 크기를 비교하는 방법을 생각해 보고, 그림을 그리거나 예를 들어 친구들에게 설명하도록 한다.</li> </ul>
단위분수의 크기를 비교하는 것을 어려워하는 경우	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 모양의 전체를 여러 개 그림으로 제시하고, 여러 가지 단위분수(예 <math>\frac{1}{2}</math>, <math>\frac{1}{3}</math>, <math>\frac{1}{4}</math>)를 그림으로 표현하도록 한다.</li> <li>• 위의 활동에서 얻은 그림들로 단위분수의 크기를 직접 비교해 보면서 크기를 비교하도록 한다.</li> <li>• 그림을 사용하지 않고도 단위분수의 크기를 비교하는 방법을 생각해 보도록 한다.</li> </ul>
단위분수의 의미를 이해하지 못하는 경우	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 여러 장의 색종이를 서로 다르게 등분(예 2등분, 4등분, 6등분 등)하도록 한다.</li> <li>• 등분된 여러 부분 중 한 부분에 표시(예 빗금, 동그라미 그리기 등)하도록 한다. 분자가 1인 분수를 특히 단위분수라고 부른다는 것을 설명하고, 단위분수의 의미를 이해하도록 한다.</li> <li>• 색종이에 표시된 각 단위분수의 크기를 직접 비교의 방식으로 알아보도록 한다.</li> </ul>

## 단원 배경 지식

### 1. 분수

#### 가. 분수 개념의 발생

분수의 발생은 기원전 2000년경까지 거슬러 올라간다. 분수의 어원은 fractus로 쪼갬다는 의미인데 인류가 같이 모여 살면서 공동으로 얻은 소득을 똑같이 분할하는 과정에서 발생한 것으로 보인다. 실제로 『린드 파피루스』에서 “7개의 빵을 8사람에게 나누어 줄 때 한 사람이 받는 몫은 얼마인가?”와 같은 문제를 해결할 때  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ 과 같은 단위분수들의 합으로 나타낸 분수 표현을 썼다는 것을 알 수 있다. 한편 분수는 측정의 상황에서 발생한 것으로도 생각되는데 어떤 단위로 크기를 재어 측정할 때 정확하게 단위의 몇 배로 측정할 수 없는 길이는 단위를 똑같이 나누는 부분을 단위로 측정하여 측정 결과를 더 자세하게 나타내었다. 이렇게 발생된 분수를 상인이나 무역업자들은 자유롭게 사용하였으나 그리스의 수학자들은 1이라는 단위는 더 이상 쪼갤 수 없는 신성한 것으로 생각해서 분수를 수나 양 사이의 비로만 생각하였다.

#### 나. 분수의 수학적 의미

초등학교에서 다루는 분수는 유리수로 확장된다. 유리수는 두 정수의 몫으로 표현되는 수 또는 정수의 순서쌍으로 이를  $(p, q)$  또는  $\frac{p}{q}$ 라고 쓴다(단  $q$ 는 0이 아니다). 유리수는 rational number이고 이때 rational의 어원은 ratio로 비를 뜻한다. 실제로 유리수를 좀 더 형식적으로 정의하면 두 수의 비가 같은 정수의 순서쌍들의 모임이다. 예를 들면  $\frac{2}{3}$ 라는 유리수는  $\frac{2}{3}$ 만을 의미하는 것이 아니라  $\{\frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \dots\}$ 과 같이 비가 2:3이 되는 모든 정수의 순서쌍들의 모임을 의미한다. 따라서 유리수, 즉 분수의 가장 핵심적인 특징은 비의 동치 관계라고 할 수 있다.

#### 다. 분수의 의미

분수 개념은 발생하는 상황에 따라 여러 가지 의미를 가지는데 여기서는 전체-부분, 연산자, 측정, 몫, 비로 구분하여 살펴본다. 또한 분수의 가장 핵심적인 특징이 비의 동치 관계라 할 때, 분수의 의미가 드러나는 각각의 상황에서 비의 동치 관계를 고려할 수 있도록 하는 것이 필요하다.

##### ■ 전체-부분의 의미 ■

전체를 똑같이 나누는 것 중 일부분의 크기를 나타내는 것으로, 연속량의 경우 피자 한 판을 5등분했을 때 그중 하나를  $\frac{1}{5}$ 로 나타내거나 이산량의 경우 구슬 4개를 구슬 20개의  $\frac{1}{5}$ 로 나타내는 것이 이에 해당한다.

##### ■ 연산자의 의미 ■

$\frac{a}{b}$ 만큼 확대하거나 축소하는 것으로 연속량의 경우 도형을  $\frac{2}{3}$ 만큼 축소하거나  $\frac{2}{3}$ 만큼 확대하거나 12 cm의  $\frac{2}{3}$ 에 해당하는 길이를 구하거나 이산량의 경우 구슬 12개의  $\frac{2}{3}$ 에 해당하는 수를 구하는 것 등이 이에 해당된다.



### 측정의 의미

양의 측정 과정에서 나타나는 자투리를 나타내는 것으로 측정하려는 양이 주어진 단위의 정확히 몇 배가 아닐 때 주어진 단위를 똑같이 분할하여 측정 결과를 자세히 나타내는 것이 이에 해당된다.

### 몫의 의미

자연수를 자연수로 나누었을 때의 몫을 뜻하는 것으로 빵 3개를 8명이 나누어 먹을 때 한 사람의 몫을 나타내는  $\frac{3}{8}$ 이 이에 해당된다.

### 비의 의미

두 양의 상대적인 크기인 비를 나타내는 것으로 남학생 10명, 여학생 20명으로 이루어진 학급에서 남학생과 여학생을 곱셈적으로 비교하여 여학생에 대한 남학생의 비율을  $\frac{10}{20}$ , 즉  $\frac{1}{2}$ 로 나타내거나 전체 학생 수에 대한 여학생의 비율을  $\frac{20}{30}$ , 즉  $\frac{2}{3}$ 로 나타내는 것이 이에 해당한다.

이 단원에서는 이러한 분수의 의미 중 전체-부분의 의미를 중심으로 다룬다.

## 라. 분수의 유형

분수에는 진분수, 가분수, 대분수, 단위분수 등이 있다. 진분수는 분자가 분모보다 작은 분수로  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{7}$ ,  $\frac{5}{8}$ 와 같은 분수를 말한다. 가분수는 분자가 분모와 같거나 분모보다 큰 분수로  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{3}{3}$ 과 같은 분수를, 대분수는 자연수와 진분수의 합으로 나타낸 분수로  $1\frac{2}{3}$ ,  $2\frac{4}{5}$ 와 같은 분수를 말한다.

## 마. 분수의 크기 비교

분모가 같은 진분수의 경우 분자가 클수록 그 수는 더 크다. 이러한 진분수의 크기 비교는 그림에 해당되는 분수만큼 색칠을 하거나 분수를 나타내는 분수 모형과 같은 구체물을 이용하여 시각적으로 비교해 본 후에 단위분수의 수를 비교하여 크기를 비교한다.

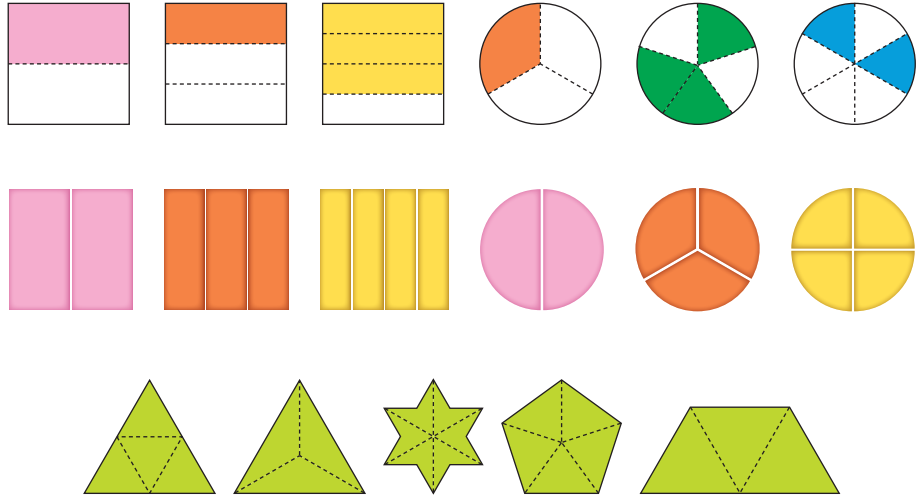
단위분수의 경우는 분모가 작을수록 그 수가 크다. 이러한 단위분수의 크기 비교는 그림에 해당되는 분수만큼 색칠을 하거나 분수 모형과 같은 구체물을 이용하여 시각적으로 비교해 본 후에 분모가 작을수록 그 수가 크다는 것을 알게 한다.

## 바. 분수 지도 모델

분수 지도 모델은 영역 모델, 길이 모델, 집합 모델 등이 있는데 여기서는 이 단원에서 다루는 연속량과 관련된 영역 모델과 길이 모델에 대해 살펴본다.

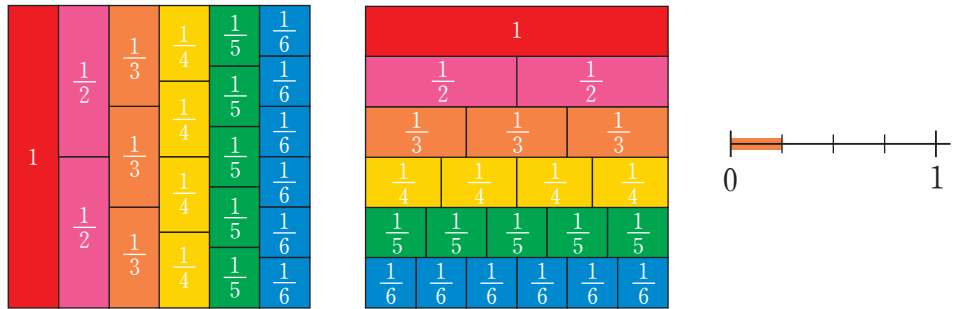
### 영역 모델

영역 모델은 영역이 전체이고 부분은 크기와 모양이 동일한 것으로 이루어진 모델이다. 영역은 원, 직사각형, 정사각형, 삼각형 등 다양한 형태가 가능하다. 영역 모델을 다양하게 사용함으로써 학생들이 분수가 항상 특정한 모양의 부분이라고 생각하지 않도록 하는 것이 필요하다.



**길 모델**

길이 모델은 띠 모양의 임의의 단위길이를 등분할한 모델이다. 이러한 띠 모양의 모델은 나중에는 수직선으로 연결된다.



**2. 소수**

**가. 소수 개념의 발생**

소수의 발생은 기원전 2000년 전까지 거슬러 올라가며 분수 개념 발달 이후에 본격적으로 사용된 것으로 보인다. 소수(decimal fraction)는 분모가 10의 거듭제곱인 십진 분수라는 의미로 사용되지만 분수와는 다른 소수의 핵심적인 특징은 측정 상황에서 자연수로 나누어떨어지지 않는 경우 유한 번 10등분 할 수도 있지만 무한 번 10등분 할 수도 있다는 데 있다. 이집트에서 자연수는 십진법 체계를 적용했지만 분수에는 통일된 진법을 사용하지 않았다. 그렇기 때문에 소수를 명시적으로 사용하지는 않았지만 측정값이 자연수로 나누어떨어지지 않는 경우에 주어진 단위를 계속 반복 2등분하여 이진 분수로 수를 표현하는 방식이 존재했었다. 고대 바빌로니아 사람들은 자연수를 나타낼 때뿐만 아니라 분수를 나타낼 때에도 육십진법을 사용하였는데 측정 상황에서 자연수로 나누어떨어지지 않는 경우에 주어진 단위를 계속 60등분 하여 자연수에서 사용한 기호를 그대로 사용하였다. 이는 십진법이라는 사실을 제외하면 현재의 소수와 유사하다. 중국은 기원전 13세기경 시간이나 길이와 같은 연속량을 표시하는 데 십진법 단위를 사용하면서 1보다 작은 단위를 고안하여 분, 리 등과 같은 소수를 사용하였다.

이렇게 발생된 소수를 이론적으로 정립한 사람은 벨기에의 스테빈(Stevin)으로 소수에 관심을 가지게 된 것은 그 당시에 화폐나 도량형에 사용된 진법이 십진법, 십이진법, 육십진법 등 매우 다양했기에 계산을 하는 데 매우 많은 어려움이 있었기 때문이다. 스테빈은 분수 표현 방식을 자연수에 사용하던 십진법으로 통일하여 1보다 작은 분수를 십진법에 맞추어 다음과 같이 표현하는 방법을 제안하였다.

$$\begin{array}{ccccccc} \textcircled{0} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & & & \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \text{또는} & 2 & 3 & \textcircled{4} & \textcircled{1} & 5 & \textcircled{2} & 6 & \textcircled{3} \end{array}$$

그러나 스테빈의 표기 방법은 지금과는 달랐고 소수점을 도입한 사람은 스코틀랜드의 네이피어(Napier)이고 현재의 표기 방법은 스위스의 뷔르기(Bürigi)가 발전시켰다.

이렇게 발전된 소수는 실수의 발달에 중요한 역할을 하였고 십진법과 위치적 기수법의 완성을 통해 0, 1, 2 …… 9의 숫자를 활용하여 모든 실수의 기호 표현을 가능하게 하였다.

### 나. 소수의 유형

소수에는 순소수, 대소수가 있다. 순소수는 1보다 작은 크기의 소수로 정수 부분이 0인 소수이고 대소수는 정수 부분이 0이 아닌 소수를 말한다. 한편 소수는 유한소수와 무한소수로 구분할 수 있다. 유한소수는 소수점 아래 0이 아닌 수가 유한하게 나타나는 소수이고 무한소수는 소수점 아래 0이 아닌 수가 무한히 계속되는 소수이다. 무한소수는 소수점 아래의 어느 자리부터 하나 또는 여러 개의 수가 계속 반복되는 순환소수와 유한하지도 순환하지도 않는 비순환소수로 구분된다. 이때 유한소수와 순환소수는 유리수이지만 비순환소수는 무리수이다. 따라서 소수를 단지 십진 분수라고 하면 1을 계속 반복 10등분 해서 나타낼 수 있는 비순환소수인 무리수는 포함하지 못하기 때문에 소수를 십진 분수로 도입하는 것은 소수의 핵심적인 특징을 잘 드러내지 못할 가능성이 있다.

### 다. 소수의 크기 비교

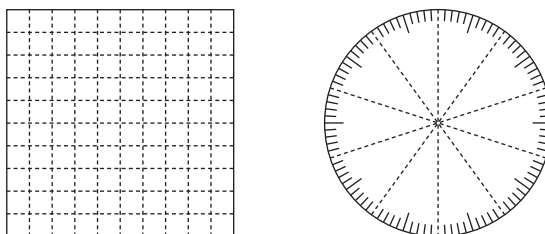
소수의 크기 비교는 소수를 분수로 고쳐 크기를 비교하거나 소수만큼 색칠을 하거나 소수를 나타내는 소수 모형과 같은 구체물을 이용하여 시각적으로 비교해 본 후에 단위소수의 수를 비교하여 크기를 비교할 수 있다.

### 라. 소수 지도 모델

소수 지도 모델은 영역 모델과 길이 모델 등이 있다.

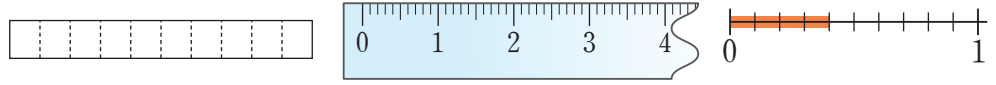
#### ■ 영역 모델

영역 모델은 영역이 전체는 1이고 부분은 크기와 모양이 동일한 것으로 10등분, 100등분 등으로 분할된 모델이다. 영역은 정사각형이나 원 등을 사용할 수 있다.



### 길이 모델

길이 모델은 띠 모양의 임의의 단위 길이를 10등분, 100등분 등으로 분할한 모델이다. 길이 모델에는 막대, 자, 수직선 등이 있다.



### 자료 출처

- 강지형, 김수환, 라병소, 박성택, 이의원, 이정재, 정은실(1999). 『초등수학교육론』. 서울: 동명사.
- 변희현(2005). 「소수의 교수학적 분석」. 서울대학교 대학원 박사 학위 논문.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (Ed.) (2001). *Children learn mathematics*. Utrecht: Freudenthal Institute Utrecht University & National Institute for Curriculum Development.
- Van de Walle, J. A. 남승인 외 역(2008). 『수학을 어떻게 가르칠 것인가?』. 서울: 경문사.

## 단원 도입

### 수업의 흐름

선수 학습 내용 알아보기

그림 속 상황 살펴보기

공부할 내용 살펴보기

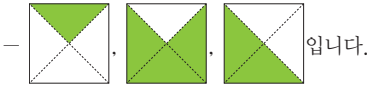
이 단원에서 배울 내용 확인하기

### + 선수 학습 내용 알아보기 (『수학 익힘』 71쪽)

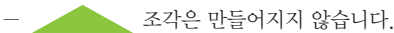
- 노란색 조각으로 주황색 모양을 만들어 보세요. 노란색 조각은 몇 개가 필요하나요?



- 색종이를 그림처럼 접은 부분을 따라 잘라 보세요. 어떤 모양의 조각들이 만들어지나요?



- 만들어지지 않는 조각을 찾아보세요.



- 모양 만들기 학습을 떠올려 보고, 똑같은 조각으로 전체를 만들고 전체에 맞는 부분을 찾는 활동을 경험하도록 한다.

### + 그림 속 상황 살펴보기

수일, 지혜, 슬기, 도영이는 우리 고장의 큰 축제인 '우리 고장 한 마당 큰 잔치'에 갔다. 그곳에는 공연과 함께 다양한 체험 장소가 있었다. 리코더 연주를 하는 모습과 그 주변으로 다양한 체험 장소가 있음을 이야기하고 어떤 장소들이 있는지 살펴본다. 먹거리, 향초 만들기, 열쇠고리 만들기, 다문화, 건강 검진, 종이띠 작품 만들기, 종이 접기와 종이 개구리 경주 등의 다양한 체험 장소가 있음을 함께 찾아 본다. 이러한 체험 장소 중 자신이 경험해 본 것이 있는지 이야기해 보고, 체험하는 곳의 소재들을 이야기해 본다. 우리가 지금까지 배운 수(자연수)를 생각해 보고 '자연수가 수의 전부일까?', '자연수(1, 2, 3, …)'로 모든 양을 표현할 수 있을까?'라는 질문에 대한 답을 이 단원에서 알아보자고 제시한다.



### 들려줄 이야기

수일, 지혜, 슬기, 도영이는 우리 고장의 큰 축제인 '우리 고장 한 마당 큰 잔치'에 갔어요. 중앙 무대에서 6학년 동아리 학생들이 리코더 연주를 하고 있었어요. 그리고 중앙 무대 주변으로 다양한 체험 장소가 있었어요. 먹거리, 향초 만들기 체험, 열쇠고리 만들기 체험, 다문화 체험, 건강 검진 센터, 종이띠 작품 만들기 체험, 종이접기 체험 등 다양한 체험 장소가 보였어요.

먼저 먹거리 체험 장소로 가서 피자를 똑같이 나누어 먹었어요. 그런 후 열쇠고리 만들기 체험을 해 보기로 하고, 체험 장소에 계신 선생님의 설명에 따라 열쇠고리의 일부분을 색칠해 보았어요. 열쇠고리를 색칠하고 있는데, 문득 도영이가 친구들에게 물었어요.

“난 열쇠고리 전체를 색칠하지 않고 반만 색칠했어. 그럼 수로 얼마를 색칠했다고 말할 수 있지?”

도영이의 질문에 친구들도 궁금해졌어요.

열쇠고리를 다 만들자 목이 말랐어요. 친구들은 음료수를 사서 마셨어요. 이번에는 지혜가 친구들에게 물었어요.

“주스가 한 컵 있었는데 먹고 남은 것을 몇 컵 남았다고 말할 수 있을까?”

다른 친구들도 또 궁금해졌어요.

주스를 마시고 종이띠 작품 만들기 체험을 했어요. 똑같은 길이의 종이띠를 안내해 주는 대로 잘라서 꽃 모양을 만들어 보았지요.

지혜와 도영이는 건강 검진 센터 앞을 지나다가 키를 재는 기구가 있어 서로 키를 재어 보기로 했어요. 지혜는 키를 재어 보려고 서 있고, 도영이가 키를 이야기하려고 하는데 눈금과 눈금 사이에 있는 지혜의 키를 어떻게 말을 해야 할까 고민이 되었어요. 그동안 슬기와 수일은 종이접기 체험 장소에서 종이 개구리를 접어 누가 멀리 튕기는지 경주를 했어요. 정말 재미있었어요.

이번에는 모두 향초 만들기 체험을 하기로 했어요. 향초 심지의 길이를 안내해 주시는 대로 잘라서 향초를 만들었어요.



무대에서 펼쳐지는 다양한 공연도 구경하면서 우리 고장 한마당 큰 잔치에서 다양한 활동을 해 볼 수 있어 무척 좋았어요. 체험하면서 궁금했던 것들을 함께 생각해 보면 좋겠어요. 즐겁게 서로 도와주며 이 단원을 학습해 보아요.

- 110~111쪽 그림을 보고 이야기해 보세요. 수일, 지혜, 슬기, 도영이는 어디를 갔나요?  
- '우리 고장 한마당 큰 잔치'에 갔습니다.
- '우리 고장 한마당 큰 잔치'에는 어떤 체험 장소들이 있는지 말해 볼까요?  
- 먹거리 체험 장소가 있습니다.  
- 향초를 만드는 곳이 있습니다.  
- 열쇠고리를 만드는 곳이 있습니다.  
- 여러 나라 국기를 만들어 보는 곳이 있습니다.  
- 건강 검진 센터가 있습니다.  
- 종이띠(띠 골판지)로 여러 가지를 만드는 곳이 있습니다.  
- 종이를 접어 작품을 만들어 보고 종이 개구리 경주를 해 보는 곳이 있습니다.

단원 학습에 동기를 부여하고 관심과 호기심을 유발하려고 여러 가지 의견을 수용하며 허용적인 분위기에서 의견을 제시하도록 격려한다.

### + 공부할 내용 살펴보기

- 이야기를 잘 들어 보면 친구들이 체험 장소에서 활동하면서 몇 가지 궁금해하는 것이 있었어요. 어떤 것이었나요?

### + 수학 교과 역량

이런 활동을 할 수 있어요

- 1, 2, 3, 4……의 자연수로 나타내기 어려운 것 찾기 창의·융합  
의사소통
- ① 나눌 수 있는 구체물을 보여 주며 세어 보게 한다. 예 색종이
- ② 교사가 색종이 한 장을 반으로 나누어서 반만 보여 주고 "이것은 몇 장이라고 말할 수 있을까요?"라는 질문을 하고 학생들의 반응을 살펴본다. 예 "반 장입니다."라고 말하는 학생이 있다.
- ③ 이렇게 1장, 2장으로 표현하지 못하고 일부분을 표현할 경우가 있을지 물어 보고 그러한 경험을 학생들이 발표한다.  
예 물이 반 컵 있어요. 컵에 물이 얼마 없어요. 사과 반 개를 먹어요. 초콜릿을 반의 반만큼 먹었어요. 굴을 한 개에서 두 쪽만 먹었어요. 등

일상생활에서 '반', '반의 반' 등 수로 표현하지는 않지만 하나가 아닌 일부분을 표현하는 말들을 쓰고 있으므로 그런 표현들을 찾아보도록 유도한다.

하나가 되지 않고 일부분인 것, 혹은 몇 개와 일부분인 것을 표현할 때 수로 표현이 가능할까 하는 발문을 통해 학생들이 자연수 이외의 수 표현이 필요하다는 것을 느낄 수 있도록 한다.

- 열쇠고리 만들기 체험 장소에서 열쇠고리 한 개를 다 색칠하지 않고 반만 색칠했는데 반을 수로 어떻게 말할지 궁금해하였습니다.
- 먹거리 체험 장소에서 주스가 한 컵 있었는데 일부 먹고 남은 것을 몇 컵 남았다고 말할 수 있을까 궁금해하였습니다.
- 눈금과 눈금 사이에 있는 지혜의 키를 어떻게 말할지 궁금해하였습니다.

들러줄 이야기에서 "자연수가 아닌 그 사이의 수를 표현하는 방법이 무엇일까?"라는 큰 질문을 제시하고 이 단원의 학습을 안내한다.

### + 이 단원에서 배울 내용 확인하기

- 지금까지 알아본 것을 바탕으로 이 단원에서는 무엇을 공부할지 생각해 보세요.  
- 우리가 배웠던 수가 아닌 다른 수를 배울 것 같습니다.  
- (단원명을 보고) 분수, 소수에 대해 배울 것 같습니다.  
- 다양한 체험 활동을 이용하여 분수와 소수를 배울 것 같습니다.

참고 자료

한 개(컵, 장 등)보다 작은 것에 대한 그림을 모아 학생들에게 보여 주며 일부분을 표현할 때 일상에서 어떻게 표현했는지 떠올리기 위한 자료로 활용한다.

			
주스 반 컵	색종이 반의 반 장 (반 장과 반의 반 장 더)	8조각 중 1조각(7조각)	5조각 중 1조각(4조각)