

3

덧셈과 뺄셈

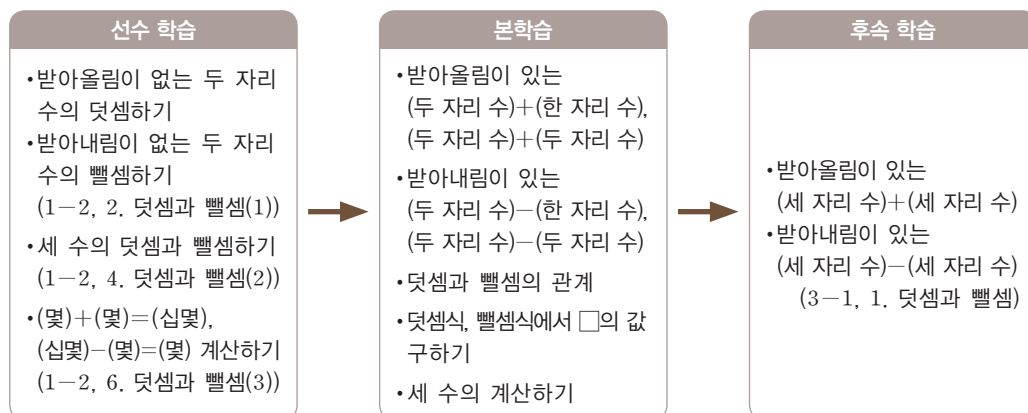
단원 개관

일상생활에서 덧셈과 뺄셈을 이용할 문제 상황은 아주 많다. 친구와 내가 모은 칭찬 붙임딱지 수의 합이나, 지난주와 이번 주에 읽은 책 수의 합, 우리 반 남학생 수와 여학생 수의 합, 가지고 있는 사탕 수에서 친구에게 주고 남은 사탕 수, 줄넘기를 가장 많이 넘은 친구와 가장 적게 넘은 친구의 줄넘기 횟수의 차 등 덧셈과 뺄셈이 필요한 상황을 자주 접하게 된다. 이러한 현실 상황에서의 문제를 해결하기 위해서 덧셈과 뺄셈의 의미는 물론 덧셈과 뺄셈의 해결 방법을 알 필요가 있으며, 이를 알고리즘에 의한 해결 방법뿐만 아니라 여러 가지 방법을 이용하여 해결할 수 있도록 하는 것 또한 중요하다. 이에 이 단원은 덧셈과 뺄셈 상황에서 계산하는 방법을 알아야 할 필요성을 느끼고 알고리즘에 의한 방법을 인지한 후 이를 일상생활에서 유용하게 사용할 수 있도록 설정하였다.

이 단원에서는 1학년 과정에서 한 자리 수의 덧셈과 뺄셈, 두 자리 수의 범위에서 받아올림과 받아내림이 없는 덧셈과 뺄셈을 학습한 경험을 바탕으로 받아올림과 받아내림이 있는 (두 자리 수) \pm (한 자리 수), (두 자리 수) \pm (두 자리 수)의 계산 원리를 이해하고 계산 형식과 관계를 익혀 여러 가지 방법으로 계산해 보며 세 수의 혼합 계산과 일상생활에서 접하는 문제 상황을 해결하도록 한다. 또한 어떤 수를 \square 로 나타내고 이를 포함하는 간단한 덧셈식, 뺄셈식에서 \square 의 값을 구해 보는 경험을 하게 된다. 이 단원의 도입 소재는 2학년 학생들에게 친숙한 동물원 현장 체험 학습이다. 동물원을 체험 학습하는 과정에서 동물 수나 생태, 보호해야 할 동물과 동물원에서 일하는 사육사, 해설사, 수의사 등 다양한 직업도 더불어 이해할 수 있도록 하였다.

준비할 교구: 수 모형, 수 카드

단원 학습 계열



교육과정

2015 개정 수학과 교육과정

성취기준	<p>[2수01-05] 덧셈과 뺄셈이 이루어지는 실생활 상황을 통하여 덧셈과 뺄셈의 의미를 이해한다.</p> <p>[2수01-06] 두 자리 수의 범위에서 덧셈과 뺄셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다.</p> <p>[2수01-07] 덧셈과 뺄셈의 관계를 이해한다.</p> <p>[2수01-08] 두 자리 수의 범위에서 세 수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.</p> <p>[2수01-09] □가 사용된 덧셈식과 뺄셈식을 만들고, □의 값을 구할 수 있다.</p>
------	--

〈교수·학습 방법 및 유의 사항〉

- 덧셈은 두 자리 수의 범위에서 다루되, 합이 세 자리 수인 경우도 포함한다.
- 덧셈과 뺄셈을 여러 가지 방법으로 계산하는 활동을 통하여 연산 감각을 기르게 한다.
- 한 가지 상황을 덧셈식과 뺄셈식으로 나타내는 활동을 통하여 덧셈과 뺄셈의 관계를 이해하게 한다.
- □가 사용된 덧셈식과 뺄셈식은 □의 값을 직관적으로 구할 수 있는 수준으로 다룬다.
- 학생들에게 친근한 실생활 상황을 이용하여 덧셈과 뺄셈에 관련된 문제를 만들고 해결하게 한다.
- 수와 연산 영역의 문제 상황에 적합한 문제 해결 전략을 지도하여 문제 해결 능력을 기르게 한다.

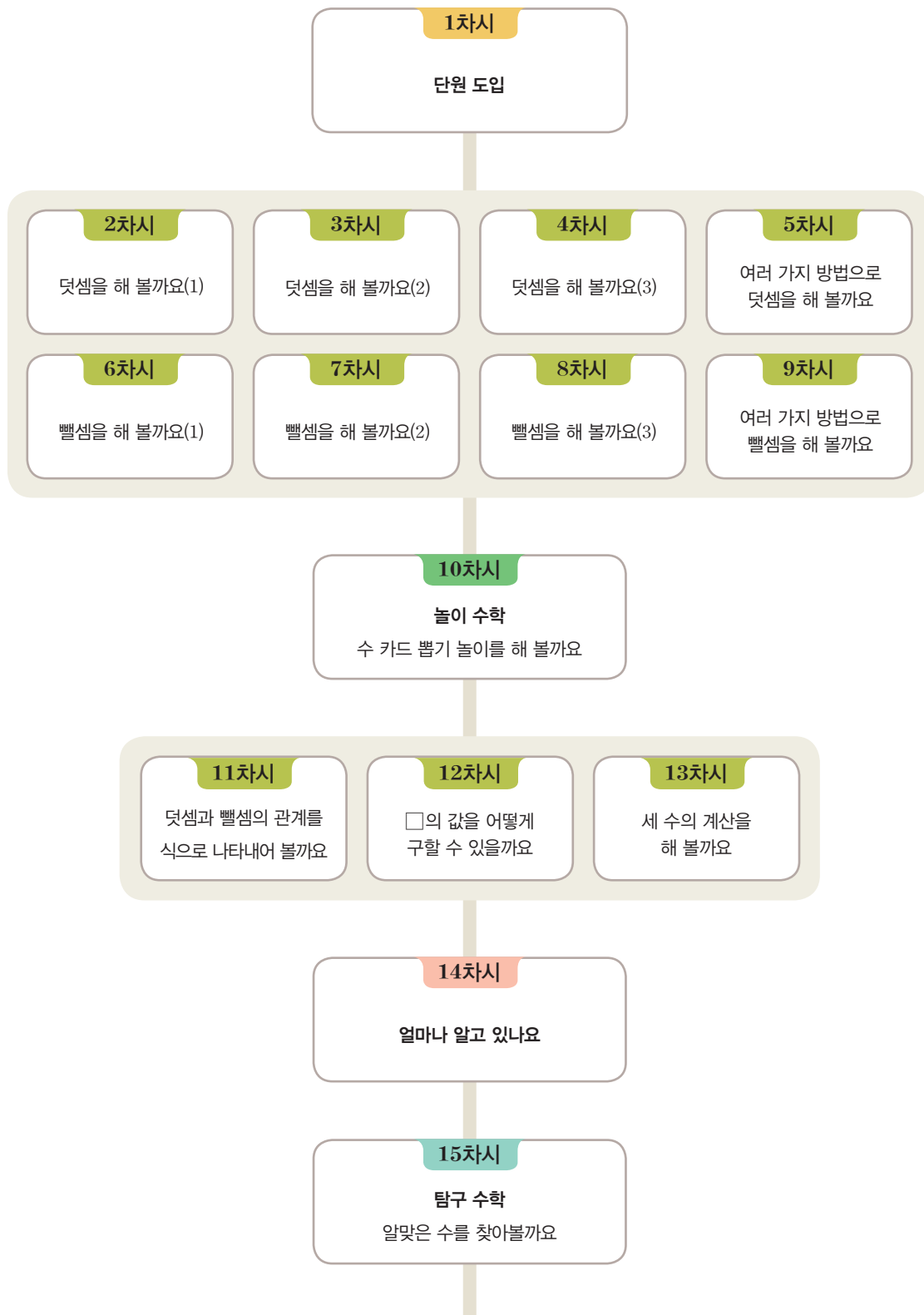
〈평가 방법 및 유의 사항〉

- 덧셈과 뺄셈을 여러 가지 방법으로 계산하는 활동을 평가할 때에는 학생들이 자유롭게 계산하도록 하는 데 초점을 두고 이를 지나치게 형식화하지 않도록 관찰, 면담 등의 다양한 방법을 이용한다.

단원 학습 목표

영역	단원 학습 목표
내용	<ol style="list-style-type: none"> 1. 받아올림이 있는 (두 자리 수)+(한 자리 수), (두 자리 수)-(두 자리 수)의 계산을 능숙하게 할 수 있다. 2. 받아내림이 있는 (두 자리 수)-(한 자리 수), (두 자리 수)-(두 자리 수)의 계산을 능숙하게 할 수 있다. 3. 여러 가지 방법으로 두 수의 합과 차를 알고 계산할 수 있다. 4. 덧셈식을 뺄셈식으로 나타낼 수 있고 뺄셈식을 덧셈식으로 나타낼 수 있다. 5. 어떤 수를 □를 사용하여 식으로 나타내고 덧셈식, 뺄셈식에서 □의 값을 구할 수 있다. 6. 세 수의 계산을 할 수 있다.
교과 역량	<ol style="list-style-type: none"> 1. 생활 장면에서 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈이 이루어지는 상황을 인식하고 문제를 해결할 수 있다. 문제 해결 2. 조작 활동을 통해 형식화한 식을 확장된 식에 유추하여 적용할 수 있다. 추론 3. 다양한 해결 방법을 찾을 수 있고 교과 내 다른 주제와 연결하여 활용할 수 있다. 문제 해결 창의·융합 4. 자신이 생각한 해결 방법을 설명할 수 있고, 더 효과적인 해결 방법을 토의하여 찾을 수 있다. 의사소통 5. 문제 상황의 정보에서 내재된 의미를 파악하여 식으로 나타내고 식을 활용할 수 있다. 정보 처리 6. 여러 가지 계산 방법을 토의하는 의사소통 과정에서 친구의 의견을 존중하고 배려하는 태도를 가질 수 있다. 의사소통 태도 및 실천 7. 일상생활에서 덧셈과 뺄셈을 이용하는 상황을 살펴 보면서 수학의 유용성과 흥미를 가질 수 있다. 태도 및 실천

단원의 흐름



덧셈과 뺄셈 상황에서 계산 원리의 필요성을 느끼고 다양한 계산 방법을 이해하여 일상생활에서 유용하게 활용할 수 있다.

단원의 전개 계획

차시 『수학』 쪽수	주제	수업 내용 및 활동	교과 역량	준비물	『수학 익힘』 쪽수
1차시 58~59쪽	단원 도입	<ul style="list-style-type: none"> 이야기를 통하여 덧셈과 뺄셈이 필요한 상황을 이해하게 한다. 수 카드 놀이를 통해 받아올림이 없는 덧셈과 뺄셈 선수 학습을 이해하게 한다. 			37쪽
2차시 60~61쪽	덧셈을 해 볼까요(1)	<ul style="list-style-type: none"> 일의 자리에서 받아올림이 있는 (두 자리 수)+(한 자리 수)의 계산 원리를 이해하게 한다. 계산의 형식을 이해하고 익숙하게 계산하게 한다. 	<div>문제 해결</div> <div>추론</div> <div>태도 및 실천</div>	수 모형	38~39쪽
3차시 62~63쪽	덧셈을 해 볼까요(2)	<ul style="list-style-type: none"> 일의 자리에서 받아올림이 있는 (두 자리 수)+(두 자리 수)의 계산 원리를 이해하게 한다. 계산의 형식을 이해하고 익숙하게 계산하게 한다. 	<div>문제 해결</div> <div>추론</div> <div>태도 및 실천</div>	수 모형	40~41쪽
4차시 64~65쪽	덧셈을 해 볼까요(3)	<ul style="list-style-type: none"> 십의 자리에서 받아올림이 있는 (두 자리 수)+(두 자리 수)의 계산 원리를 이해하게 한다. 계산의 형식을 이해하고 익숙하게 계산하게 한다. 	<div>문제 해결</div> <div>추론</div> <div>태도 및 실천</div>	수 모형	42~43쪽
5차시 66~67쪽	여러 가지 방법 으로 덧셈을 해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 여러 가지 방법으로 덧셈을 하는 방법을 이해하게 한다. 여러 가지 방법을 말이나 식으로 설명하게 한다. 	<div>창의·융합</div> <div>의사소통</div> <div>태도 및 실천</div>		44~45쪽
6차시 68~69쪽	뺄셈을 해 볼까요(1)	<ul style="list-style-type: none"> 받아내림이 있는 (두 자리 수)-(한 자리 수)의 계산 원리를 이해하게 한다. 계산의 형식을 이해하고 익숙하게 계산하게 한다. 	<div>문제 해결</div> <div>추론</div>	수 모형	46~47쪽
7차시 70~71쪽	뺄셈을 해 볼까요(2)	<ul style="list-style-type: none"> 받아내림이 있는 (몇십)-(몇십몇)의 계산 원리를 이해하게 한다. 계산의 형식을 이해하고 익숙하게 계산하게 한다. 	<div>문제 해결</div> <div>추론</div> <div>태도 및 실천</div>	수 모형	48~49쪽
8차시 72~73쪽	뺄셈을 해 볼까요(3)	<ul style="list-style-type: none"> 받아내림이 있는 (두 자리 수)-(두 자리 수)의 계산 원리를 이해하게 한다. 계산의 형식을 이해하고 익숙하게 계산하게 한다. 	<div>문제 해결</div> <div>추론</div> <div>창의·융합</div>	수 모형	50~51쪽
9차시 74~75쪽	여러 가지 방법 으로 뺄셈을 해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 여러 가지 방법으로 뺄셈을 하는 방법을 이해하게 한다. 여러 가지 방법을 말이나 식으로 설명하게 한다. 	<div>창의·융합</div> <div>의사소통</div> <div>태도 및 실천</div>		52~53쪽
10차시 76~77쪽	[놀이 수학] 수 카드 뽑기 놀이를 해 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 받아올림과 받아내림이 있는 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 익히고 놀이에서 이길 수 있는 방법을 이해하게 한다. 	<div>의사소통</div> <div>태도 및 실천</div>	수 카드	
11차시 78~79쪽	덧셈과 뺄셈의 관계를 식으로 나타내어 볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 덧셈식을 보고 뺄셈식으로 나타내게 한다. 뺄셈식을 보고 덧셈식으로 나타내게 한다. 	<div>문제 해결</div> <div>추론</div> <div>의사소통</div> <div>정보 처리</div>		54~55쪽
12차시 80~81쪽	□의 값을 어떻게 구할 수 있을까요	<ul style="list-style-type: none"> 어떤 수를 □로 나타내게 한다. □를 사용하여 덧셈식과 뺄셈식으로 나타내고 □의 값을 구하게 한다. 	<div>문제 해결</div> <div>추론</div> <div>창의·융합</div> <div>의사소통</div>		56~57쪽

13차시 82~83쪽	세 수의 계산을 해 볼까요	• 세 수의 계산 방법을 알고 계산하게 한다.	문제 해결 추론		58~59쪽
14차시 84~85쪽	[얼마나 알고 있나요]	• 이 단원에서 배운 내용을 문제를 풀며 정리하게 한다.	문제 해결 추론 의사소통		
15차시 86~87쪽	[탐구 수학] 알맞은 수를 찾아볼까요	• 단서가 되는 조건을 찾고 알맞은 수를 찾아보게 한다.	문제 해결 의사소통 태도 및 실천		

단원 지도 유의 사항

- ① 받아올림이 있는 덧셈식에서 일의 자리 수끼리의 합이 10이거나 10보다 클 경우에는 10을 십의 자리로 받아올림이 있음을 인식할 수 있도록 지도한다.
- ② 받아내림이 있는 뺄셈식에서 일의 자리 수끼리 뺄 수 없을 때에는 십의 자리에서 10을 받아내려 계산함을 인식할 수 있도록 지도한다.
- ③ 받아올림이 있는 두 자리 수의 덧셈과 받아내림이 있는 두 자리 수의 뺄셈을 계산하는 방법에는 여러 가지가 있으며 다양한 방법으로 계산하도록 유도하고 학생 자신이 편리하다고 생각하는 방법으로 해결하도록 지도한다.
- ④ 덧셈과 뺄셈을 여러 가지 방법으로 계산하는 활동은 자유롭게 계산하도록 하는 데 초점을 두고 이를 지나치게 형식화하지 않도록 한다. 이를 평가할 때도 지필 평가보다는 관찰, 면담 등의 다양한 방법을 이용하도록 한다.
- ⑤ 두 수의 덧셈과 뺄셈을 형식화하기 전에 수 모형, 모형(연결큐브) 등 수학 교구를 조작하도록 하여 조작 활동이 받아올림, 받아내림의 개념과 의미 있게 연결되어 식으로 나타내도록 지도한다.
- ⑥ 덧셈은 두 자리 수의 범위에서 다루되, 합이 세 자리 수인 경우도 포함한다.
- ⑦ 한 가지 상황을 덧셈식과 뺄셈식으로 나타내는 활동을 통하여 덧셈과 뺄셈의 관계를 이해하게 한다. 이때 논리적이고 정확한 설명이 아닐지라도 학생 자신의 언어로 이야기해 보도록 지도한다.
- ⑧ 모르는 어떤 수를 \square 를 사용하여 덧셈식과 뺄셈식으로 나타내도록 하고, 어떤 수를 나타내는 방법에는 다양한 방법이 있으나 여러 가지를 사용하면 혼동이 생기므로 일반적으로 \square 를 사용함을 지도한다.
- ⑨ \square 가 사용된 덧셈식과 뺄셈식은 \square 의 값을 직관적으로 구할 수 있는 수준에서 다룬다.
- ⑩ 세 수의 계산은 문제 상황에 맞게 앞에서부터 순서대로 계산할 수 있도록 지도한다.

단원 학습 평가

영역	평가 내용	관련 차시	평가 방법
내용	1. 받아올림이 있는 (두 자리 수)+(한 자리 수), (두 자리 수)+(두 자리 수)의 계산을 능숙하게 할 수 있는가?	2~4	관찰, 기록, 지필
	2. 받아내림이 있는 (두 자리 수)-(한 자리 수), (두 자리 수)-(두 자리 수)의 계산을 능숙하게 할 수 있는가?	6~8	관찰, 기록, 지필
	3. 여러 가지 방법으로 두 수의 합과 차를 알고 계산할 수 있는가?	5, 9	관찰, 지필
	4. 덧셈식을 뺄셈식으로 나타낼 수 있고 뺄셈식을 덧셈식으로 나타낼 수 있는가?	11	관찰, 지필, 포트폴리오
	5. 어떤 수를 \square 를 사용하여 식으로 나타내고 덧셈식, 뺄셈식에서 \square 의 값을 구할 수 있는가?	12	관찰, 면담, 지필
	6. 세 수의 계산을 할 수 있는가?	13	관찰, 지필

교과 역량	1. 생활 장면에서 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈이 이루어지는 상황을 인식하고 문제를 해결할 수 있는가? 문제 해결	2~9	관찰, 구술, 자기 평가, 동료 평가
	2. 조작 활동을 통해 형식화한 식을 확장된 식에 유추하여 적용할 수 있는가? 추론	2~9	관찰, 구술, 자기 평가, 동료 평가
	3. 다양한 해결 방법을 찾을 수 있고 교과 내 다른 주제와 연결하여 활용할 수 있는가? 문제 해결 창의·융합	10	관찰, 구술
	4. 자신이 생각한 해결 방법을 설명할 수 있고, 더 효과적인 해결 방법을 토의하여 찾을 수 있는가? 의사소통	1~10	관찰, 구술
	5. 문제 상황의 정보에서 내재된 의미를 파악하여 식으로 나타내고 식을 활용할 수 있는가? 정보 처리	1~10	관찰, 구술
	6. 여러 가지 계산 방법을 토의하는 의사소통 과정에서 친구의 의견을 존중하고 배려하는 태도를 가지고 있는가? 의사소통 태도 및 실천	1~10	관찰, 구술
	7. 일상생활에서 덧셈과 뺄셈을 이용하는 상황을 살펴 보면서 수학의 유용성을 느끼고 흥미를 가질 수 있는가? 태도 및 실천	2~9	관찰

단원 배경 지식

1. 이해를 통한 덧셈과 뺄셈 알고리즘 지도

수백 년 동안 계산 기능은 학생들에게 수학 교육의 필수적 요소로 간주되어 왔다. 그러나 계산 지도에서는 최근 몇 년 동안 많은 변화가 있었다. 교사가 단순히 알고리즘을 제시하고 학생들이 단지 순차적으로 무엇을 해야 하는지를 곧바로 보여 주는 대신에, 학생들이 스스로 계산 방법을 구성하고 개발하는 것이 더 강조되기 시작하였다. 즉 교사가 제시한 계산 과정을 단순히 기억하기보다는 학생 스스로가 문제 해결 과정을 추론함으로써 계산 원리를 이해하도록 하고 있다. 이와 같은 변화는 학생들이 대안적인 알고리즘을 탐구할 수 있음을 의미하기도 한다. 계산을 하는 데 한 가지 이상의 방법에 대해 생각하고 여러 가지 방법을 경험한 학생들이 좀 더 유연하고 효율적인 방법으로 계산할 수 있다.

가. 덧셈

기본 연산에 대한 숙달은 1~2학년의 목표이지만, 묶음 짓기와 수 세기와 같은 여러 다양한 경험을 통해 이루어진다. 처음에는 모든 것을 다시 세면서 시작할 수 있으며 이후에 이러한 전략은 때때로 더 효율적인 수 세기 전략으로 바꾸기도 한다. 학생들이 덧셈을 어떻게 하는지 좀 더 살펴보면 다양한 어렵셈과 계산 전략이 나타난다. 다음은 두 자리 수의 덧셈 문제($46+38$)에서 학생들이 만든 전략들이다.

- ① 십의 자리끼리, 일의 자리끼리 더한 다음 합친다.
40 더하기 30은 70이다. / 6 더하기 8은 14이다. / 70 더하기 14는 84이다.
- ② 십의 자리부터 더한 다음 일의 자리를 더한다.
46 더하기 30은 76이다. / 그런 다음 8을 더한다(76 더하기 4는 80이고 여기에 4를 더하면 84이다).
- ③ 몇십을 만들기 위해 수를 옮긴다.
46에서 2를 가져와서 38과 더해 40을 만든다. / 44에 40을 더하면 84이다.
- ④ 최적수와 보수 전략을 사용한다.
46 더하기 40은 86이다. / 38에 더했던 2를 빼 주면 84이다.

학생들이 만든 전략 중 표준 알고리즘에 가까운 방법은 십의 자리끼리, 일의 자리끼리 더한 다음 합치는 방법이다. 물론 세로셈을 계산할 때 십의 자리부터 더할 수도 있다. 이 방법은 어림과 암산을 하는 데 중요한 기초 전략이 될 수 있다. 그러나 표준 알고리즘을 학생들이 만들어 가려면 십의 자리를 먼저 더했을 때 어떤 불편함이 있는지 느끼도록 해야 한다. 결국 십의 자리부터 계산하면 일의 자리에서 받아올림이 있을 때 다시 십의 자리 수를 고쳐야 하기 때문에 일의 자리부터 계산하는 것이 편리하다는 것을 느껴서 표준 알고리즘을 학생들이 만들어 가도록 지도해야 한다.

나. 뺄셈

덧셈과 마찬가지로 뺄셈은 기본 구구와 자릿값에 대한 선수 지식을 필요로 한다. 교환하기 혹은 받아올림의 경험은 일의 자리에 있는 10은 십의 자리 1과 서로 교환할 수 있다는 생각을 발달시키기 위해 중요하다. 예를 들어 37은 십이 3과 일이 7, 혹은 십이 2와 일이 17, 혹은 십은 하나도 없고 일이 37이 될 수 있다는 생각에 익숙해야 한다. 즉 수를 다양하게 표현할 수 있어야 한다는 것이다. 다음은 두 자리 수의 뺄셈 문제(73-46)에서 학생들이 만든 전략들이다.

- ① 피감수 가까이까지 몇십을 더하고 일의 자리를 더한다.
46과 20을 더하면 66이다. / 그런 다음 4를 더하면 70이고 여기에 3을 더하면 73이 된다. / 모두 27을 더했으므로 답은 27이다.
- ② 피감수보다 많게 몇십을 더하고 많이 더한 만큼을 뺀다.
46에 30을 더하면 76이다. / 이것은 3 더 많기 때문에 답은 27이 된다.
- ③ 감수의 일의 자리가 10이 되도록 더한 다음 십의 자리 수, 일의 자리 수를 더한다.
46에 4를 더하면 50이다. / 50에 20을 더하면 70이다. / 그리고 3이 더 있으면 73이다. / 4와 3이 7이 되고 이것을 20과 더하면 27이 된다.
- ④ 십의 자리에서 몇십을 뺀 다음 일의 자리 수를 뺀다.
70 빼기 40은 30이다. / 6을 제거하면 24이다. / 이제 3을 더하면 27이 된다.
- ⑤ 십의 자리 수를 소거한 다음 일의 자리 수를 소거한다.
73 빼기 40은 33이다. / 그런 다음 6을 소거한다(3을 빼면 30이고, 3을 더 빼면 27이 된다).

학생들이 만든 위의 전략들은 모두 다 유용하다. 이런 다양한 방법들을 학생들이 발견하도록 한 후 표준 알고리즘을 스스로 만들어 갈 수 있도록 지도해야 한다.

알고리즘을 이해하기 위해서 학생들은 구체적 조작물을 사용하여 문제를 해결하는 과정과 필산 알고리즘을 해결하는 과정을 연결시킬 필요가 있다. 학생이 구체적 조작 자료와 기호 사이의 연결성에 집중하도록 하는 발문이 매우 중요하다.

2. 받아올림과 받아내림이 있는 자연수의 덧셈과 뺄셈 오류 유형 및 지도 방법

수업을 계획할 때, 부정확하고 미숙한 형태의 계산 유형을 찾기 위해 교사는 학생들의 계산 방법을 충분히 검토할 필요가 있다. 학생이 범하는 오류 유형을 찾아보자.

$$\begin{array}{r} \text{A.} \quad \begin{array}{r} 74 \\ + 56 \\ \hline 1210 \end{array} \quad \text{B.} \quad \begin{array}{r} 35 \\ + 92 \\ \hline 127 \end{array} \quad \text{C.} \quad \begin{array}{r} 67 \\ + 18 \\ \hline 715 \end{array} \quad \text{D.} \quad \begin{array}{r} 56 \\ + 97 \\ \hline 1413 \end{array}$$

준기는 일의 자리끼리 더하고 기록한다. 그 후 십의 자리끼리 더하고 기록한다. 일의 자리끼리의 합과 십의 자리끼리의 합을 기록할 때, 준기는 합의 결과로 나타난 수의 자릿값은 생각하지 않고 두 합의 결과를 각각 기록한다. 두 수를 더하는 문제 상황에서 준기는 자릿값에 대한 지식 중 일부만 사용하고 있다. 어떻게 해야 준기를 도울 수 있을까?

- ① 합을 정확하게 계산하기 전에 어렵게 보게 한다. 어렵은 자신의 계산 결과에 대한 타당성을 갖게 한다. $70+50=120$ 이므로 $74+56$ 은 120보다 조금 크다고 먼저 어렵한 후 계산 결과가 그보다 더무니없이 크게 나왔을 때, 자신의 계산 과정 어디에서 틀렸다는 것을 직관적으로 알고 되돌아 볼 수 있게 해야 한다.
- ② 수 모형을 사용하고 그 합을 수 모형을 이용하여 나타내게 한다. 두 가수를 나타내기 위해 수 모형을 사용하게 하고 최소한의 수 모형을 사용하여 전체의 양을 나타내도록 하며 그 과정에서 자신의 조작한 결과를 식으로 나타내어 보게 한다.
- ③ 은행놀이와 같은 활동을 활용한다. 동전을 바꾸는 활동은 학생들이 자릿값을 이해하는 데 도움을 준다. 놀이 과정 중에 이루어진 각 단계의 활동들을 자연스럽게 기록하는 과정에서 알고리즘을 바탕으로 일의 자리부터 계산을 시작할 수 있게 한다.

연수는 얼마 전에 받아내림에 대해서 배웠고, 처음에는 정확한 답을 구했다. 그러나 곧 연수는 아래와 같은 문제를 해결할 때 어려움을 느끼게 되었다. 연수가 수와 뺄셈에 대해서 이해하고 있는 것은 무엇인가? 연수가 범하고 있는 오류 유형은 무엇인가?

$$\begin{array}{r} \text{A.} \quad \begin{array}{r} 81 \\ 197 \\ - 43 \\ \hline 1414 \end{array} \quad \text{B.} \quad \begin{array}{r} 61 \\ 176 \\ - 23 \\ \hline 1414 \end{array} \quad \text{C.} \quad \begin{array}{r} 71 \\ 384 \\ - 59 \\ \hline 324 \end{array}$$

연수는 뺄셈에서 받아내림을 배웠다. 이로 인해, 연수는 필요하든지 그렇지 않든지 간에 무조건 받아내림을 한다. 연수가 범하고 있는 오류 유형은 십의 자리에서 받아내림을 할 필요가 있는 뺄셈 문제 상황에서는 정답을 구할 수는 있다. 그러나 연수는 이러한 받아내림을 지나치게 일반화하고 있다. 연수는 받아내림이 필요한 예와 필요하지 않은 예를 구분하고 있지 않다(예 A에서). 오류가 있는 계산 방법으로 문제를 해결해서 정답을 구했다면 연수에게 이러한 경험은 자신이 사용하고 있는 계산 방법은 적절하다는 잘못된 인식을 오히려 강화시킬 수 있다. 어떻게 해야 연수를 도울 수 있을까?

- ① 피감수(전체 합)를 구체물로 표현하게 한다. 예를 들어 수 모형을 이용하여 ‘교환하기 없이도 피감수에서 일의 자리 수를 덜어 낼 수 있는가?’, ‘언제 교환하기가 필요한가?’와 같은 질문을 통해 감수가 피감수보다 더 클 수 없다는 것을 인식하고 받아내림이 필요한 경우를 찾을 수 있게 한다.
- ② 계산을 하기 전에 ‘예’ 또는 ‘아니요’를 사용하는 형태의 문제로 먼저 바꾸어 본다. 받아내림이 필요한 문제 상황과 그렇지 않은 문제 상황을 먼저 구분할 수 있는 비판적 능력을 기르는 데 초점을 둔다. 각 자리에서 받아내림이 필요한지 그렇지 않은지에 대한 질문에 ‘예’ 또는 ‘아니요’를 간단히 말해 보게 한다.
- ③ 수직선과 어렵을 사용하게 한다. 학생이 어렵을 수월하게 하기 위해 수직선을 사용하도록 한다. ‘계산한 값은 백보다 큰가? 백보다 작은가?’를 묻는다.

가. 받아올림이 있는 덧셈의 오류 유형과 처리 방법

$$\begin{array}{r} 2 \ 5 \\ + 1 \ 7 \\ \hline 3 \ 2 \end{array}$$

받아올림을 하지 않는 오류

$$\begin{array}{r} 5 \ 3 \\ + 2 \ 8 \\ \hline 7 \ 1 \ 1 \end{array}$$

받아올림 할 수를 내려 쓰는 오류

위의 유형은 덧셈에서 많이 나타나는 받아올림과 관련된 오류 유형이다. 왼쪽 유형은 세로셈에서 십의 자리로 받아올림해야 할 수를 받아올림하지 않는 경우로 위에 쓰지 않아 잊어버리거나 습관적으로 받아올림 하지 않아서 생기는 오류이다.

오른쪽 유형은 세로셈에서 십의 자리로 받아올림해야 할 수를 위가 아닌 아래로 내려 쓰는 오류이다. 이러한 오류들은 받아올림을 제대로 이해하지 못했기 때문에 생기는 것이므로 구체물(수 모형, 모형(연결큐브), 자릿값 판 등)을 이용하여 덧셈 상황에 관한 조작 활동을 충분히 함으로써 받아올림에 대한 이해를 높여야 한다. 이러한 받아올림에 대한 충분한 이해를 바탕으로 형식화하도록 한다.

나. 받아내림이 있는 뺄셈의 오류 유형과 처리 방법

$$\begin{array}{r} 5 \ 0 \\ - 2 \ 3 \\ \hline 3 \ 0 \end{array}$$

0 처리 오류

$$\begin{array}{r} 7 \ 1 \\ - 4 \ 8 \\ \hline 3 \ 3 \end{array}$$

받아내림 오류

위의 유형은 뺄셈에서 많이 발생하는 0 처리와 받아내림과 관련된 오류 유형이다. 왼쪽 유형은 자신이 뺄 수 있는 것만 빼고 뺄 수 없는 것은 그냥 0을 써 버리는 경우이다. 이와 비슷한 오류로 뺄 수 있는 것만 빼고 뺄 수 없는 것은 빼어지는 수의 0이 아닌 빼는 수의 일의 자리를 쓰는 경우도 있다. 이러한 오류는 받아내림을 이해하지 못해서 생길 뿐만 아니라 자릿값 및 뺄셈의 원리를 제대로 이해하지 못했기 때문에 생기는 것이다.

한편 오른쪽 유형은 받아내림을 하였지만 받아내림 이후의 십의 자리 수의 변화를 제대로 파악하지 못했기 때문에 생기는 것이다. 따라서 왼쪽과 같은 오류 유형은 구체물(수 모형, 모형(연결큐브), 자릿값 판 등)을 이용한 뺄셈 상황의 충분한 조작 활동을 바탕으로 받아내림에 대한 이해를 높이고 자릿값 및 뺄셈의 원리를 파악함으로써 오류를 줄여 나갈 수 있다. 또한 오른쪽과 같은 오류 유형도 구체물을 통한 조작 활동으로 받아내림에 대한 이해를 높여야 하며 형식화 단계에서는 학습한 내용들을 다시 한번 익힐 수 있도록 지도한다.

3. 역연산의 원리

가. 역연산의 원리(1)

덧셈과 뺄셈은 서로 역연산이다. 역연산의 원리를 이해하는 것은 수 감각의 중요한 요소이다.

역연산의 원리에 대한 이해는 강의식 교수를 통해 도입하기 어렵다. 잘 구조화 되고 뚜렷한 목표를 지닌 학습 기회를 학생들에게 제공할 때 학생 스스로 규칙을 발견할 수 있고 수 감각의 중요한 요소를 구성하도록 촉진해 줄 것이다. 여러 수의 계산, 특히 두 수의 덧셈에서는 부분과 전체를 내면화 하도록 도와주는 것이 역연산의 원리를 인식하는 데 도움이 된다. 다시 말해, 학생들이 덧셈식과 뺄셈식에서의 각 수를 부분과 전체로 연결 지어 보도록 하는 것이다. 예를 들면 다음과 같다.

$$\begin{array}{l} \textcircled{5} - \textcircled{3} = \square \\ \textcircled{3} + \square = \textcircled{5} \end{array} \quad (\textcircled{5}: \text{전체}, \textcircled{3}: \text{한 부분}, \square: \text{다른 부분})$$

또한 역연산의 원리를 학생들이 인식하도록 하려면 먼저 뺄셈의 기호에 대한 더 넓은 시야를 구성해야 한다. 학생들은 비형식적으로 뺄셈을 단순히 제거의 의미로 $5-3$ 을 해석할 것이다. 그러나 뺄셈 표현은 동등하게 만들기 위한 과정으로 보아야 할 것이다(예를 들면, 민희가 5점이고 성지가 3점이면, 성지는 민희와 같아지기 위해 몇 점이 더 필요합니까?).

이러한 동등함의 의미가 덧셈($\textcircled{3} + \square = \textcircled{5}$)을 함축하고 있다는 것에 주목하자. 그리고 실제로 동등하게 되는 것은 주로 계속 세기의 전략에 의해 해결된다(예를 들면, 3, 4(1개 더), 5(2개 더)).

나. 역연산의 원리(2)

퍼슨(Fuson, 2003)은 학생들이 뺄셈 계산의 연습 기회가 부족하다는 것에 주목했다(예를 들면, $7-3=4$ 를 연습했지만, $7-4=3$ 은 못했다). 그녀는 그러한 뺄셈 계산들 사이의 관계(전체-부분1=부분2, 전체-부분2=부분1)에 주의하는 것이 역연산의 원리를 이해하고 활용하는 데 중요한 역할을 할 것이라고 추측했다. 바루디(Baroody, 1999)는 역연산의 원리에 대한 더 깊은 이해를 나타내는 $5-3=2$ 와 $5-2=3$ 을 지각하는 것은 부분과 전체의 관계에 대한 깊은 이해가 필요하다고 제안했다.

$$\begin{array}{l} \textcircled{5} - \textcircled{3} = \square \\ \textcircled{3} + \square = \textcircled{5} \end{array} \quad (\textcircled{5}: \text{전체}, \textcircled{3}: \text{한 부분}, \square: \text{다른 부분})$$

구체적으로 학생들은 부분인 3과 2는 전체인 5를 구성하기 위해 더해지고($3+2=5$, $2+3=5$), 전체로부터 한 부분을 제거하면 나머지 한 부분이 남는다($5-3=2$, $5-2=3$)는 것을 인식해야 할 것이다.

자료 출처

- 남승인, 서찬수, 최진화, 강영란, 홍우주, 배해진, 김수민 옮김(2008). 『수학을 어떻게 가르칠 것인가?』. 경문사.
- 박성선, 김민경, 방정숙, 권점례 옮김(2012). 『초등교사를 위한 수학과 교수법』. 경문사.
- 박미숙(2011). 「기초계산능력을 기르기 위한 수 개념 지도 방안: 수학학습부진아를 중심으로」. 대구교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이종욱(2003). 「예비초등교사의 덧셈과 뺄셈에 관한 교수학적 지식」. 『수학교육학연구』, 12(4), 447-462. 대한수학교육학회.
- Ashlock, R. B. (2010). *Error Patterns in Computation: Using Error Patterns to Help Each Student Learn*. Merrill Education / Prentice Hall, 남승인, 류성림, 권오용, 남현준, 류윤재, 이목형, 이장호 역(2013). 『예비교사와 현직교사를 위한 초등수학 교수법: 수학 오개념과 오류 바로잡기』. 경문사.
- Baroody, A. J. (1999). *Children's Relational Knowledge of Addition and Subtraction*. *Cognition and Instruction*, 17(2), 137-175.
- Fuson(2003). *Developing Mathematical Power in Whole Number Operations*. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, and D. Schifter, (Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*, 68-94. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

단원 도입

수업의 흐름

선수 학습 요소 확인하기

공부할 내용 살펴보기

수학 공부 준비 활동 하기

+ 선수 학습 내용 살펴보기 (『수학 익힘』 37쪽)

- 그림을 보고 뺄셈을 해 보세요.
 - $55 - 32 = 23$
- 계산해 보세요.
 - $53 + 6 = 59$, $27 - 4 = 23$
- □ 안에 알맞은 수를 써넣으세요.
 - $6 + \boxed{4} = 10$, $10 - 4 = \boxed{6}$,
 $4 + 6 + 8 = \boxed{18}$, $5 + 5 + 9 = \boxed{19}$
- 두 사람이 모은 칭찬 붙임딱지는 모두 몇 장일까요?
 - $34 + 23 = 57(\text{장})$ 입니다.

▶ 학생들이 많이 틀린 문제나 개념 설명이 필요한 경우를 파악하여 개별 지도한다.

+ 공부할 내용 살펴보기

- 그림에서 볼 수 있는 것들을 찾아볼까요?
 - 동물원 안내도를 보고 있는 학생들을 볼 수 있습니다.
 - 코끼리, 기린, 원숭이, 앵무새 등 동물들을 볼 수 있습니다.
- 그림에서 학생들은 현장 체험 학습을 어디로 갔나요?
 - 학생들이 동물원에 현장 체험 학습을 간 것 같습니다.
- 동물원에 가 보았던 경험을 발표해 볼까요?
 - 유치원에서 ○○ 동물원에 가서 호랑이, 사자 등을 보았습니다.
- 동물원에서 일하는 사람들은 어떤 사람들이 있을까요?
 - 동물들을 기르는 사육사가 있습니다.
 - 동물들이 아플 때 치료해 주는 수의사도 있습니다.
 - 각 동물들을 설명해 주는 동물 해설사도 있습니다.
- 여러분들이 생각한 동물들이나 사람들이 나오는지 잘 생각하며 이야기를 들어 볼까요?



들려줄 이야기

“와! 동물원이다.”

준기네 학교 2학년 4개 반 학생들은 동물원으로 현장 체험 학습을 갔어요. 동물원 입구 안내도에 풀을 먹고 사는 동물들, 고기를 먹고 사는 동물들, 새들이 모여 사는 곳, 바다에서 사는 동물들을 모아 놓은 바다관, 그리고 보호해야 할 새들의 생활 모습을 보여 주는 ‘입체 영상관’ 등에 대한 안내를 볼 수 있었어요.

“반가워요. 안녕하세요?”

앵무새가 우리를 반겼어요. 즐거운 우리 마음을 앵무새가 알아주는 것 같았습니다. 준기와 친구들은 사람의 말을 똑같이 흉내 내는 앵무새를 보고, 천연기념물 입체 영상을 본 후 곤충관으로 가서 여러 가지 곤충의 모습을 관찰했어요.

또, 얼룩말이 있는 곳으로 이동하여 우리 안과 우리 밖에서 풀을 먹고 있는 얼룩말을 보고, 맛있게 사과를 먹고 있는 원숭이도 보았어요.

“동물들의 건강 상태를 심장이 뛰는 횟수나 소리를 듣고 확인하는 경우도 있습니다. 동물마다 같은 시간 동안 심장이 뛰는 횟수가 다르답니다. 코끼리는 고래보다 심장이 더 빠르게 뛰지요.”

동물이 아플 때 치료해 주는 수의사는 동물들의 건강을 확인하고 치료하는 방법과 동물들이 얼마나 사는지도 설명해 주셨어요.

준기와 친구들은 동물원의 이곳저곳을 다니며 귀여운 토끼도 보고, 물개도 보면서 즐겁게 동물원을 체험했어요.

동물들을 보호하기 위해서 일회용품 사용을 줄이고 쓰레기를 함부로 버리지 말아야겠다고 다짐했어요.

- 이야기를 듣고 덧셈이 이루어지는 상황을 찾아 발표해 볼까요?

- 현장 체험 학습을 하는 2학년 학생 수의 합은 덧셈입니다.
- 입체 영상을 본 우리 반과 옆 반 학생 수의 합은 덧셈입니다.
- 곤충관에서 호랑나비와 새로 들어온 흰나비 수의 합은 덧셈입니다.
- 사육사가 원숭이에게 아침과 점심에 주었던 사과 수의 합은 덧셈입니다.



- 그럼 이런 상황을 생각하며 덧셈 문제를 만들어 발표해 볼까요?
 - 입체 영상을 우리 반은 23명, 옆 반은 19명이 보았습니다. 입체 영상을 본 학생은 모두 몇 명일까요?
 - 원숭이에게 사과를 아침에는 29개, 점심에는 13개 주었습니다. 원숭이에게 준 사과는 모두 몇 개일까요?
- 이야기를 듣고 뺄셈이 이루어지는 상황을 찾아 발표해 볼까요?
 - 우리 안에 있는 얼룩말과 우리 밖에 있는 얼룩말의 차는 뺄셈입니다.
 - 수의사에게 들었던 동물의 심장이 뛰는 횟수의 차도 뺄셈입니다.
- 그럼 이런 상황을 생각하며 뺄셈 문제를 만들어 발표해 볼까요?
 - 준비한 40개의 곰 인형 중 25개를 나누어 주었습니다. 남은 곰 인형은 몇 개일까요?
 - 코끼리는 42살, 기린은 17살입니다. 코끼리는 기린보다 몇 살 더 많을까요?
- 이번 단원에서는 무엇을 배울 것 같나요?
 - 덧셈과 뺄셈을 배울 것 같습니다.

동물원에서 현장 체험 학습을 하면서 덧셈과 뺄셈 상황을 가능한 많이 찾아보게 하고 우리 생활에 덧셈과 뺄셈이 어떻게 이용되고 있는지 느끼도록 하며 이 단원에서 배울 (두 자리 수)±(두 자리 수) 내용을 인지하게 한다.

+ 수학 교과 역량

이런 활동을 할 수 있어요

- 수 카드를 이용하여 합이 가장 큰 덧셈식 만들기 놀이 하기

문제 해결 의사소통

〈합이 가장 큰 덧셈식 만들기 놀이 방법〉

- ① 짝과 함께 하는 놀이이다.
 - ② 0부터 5까지의 수 카드 6장을 각자 가진다.
 - ③ 6장 중에서 4장을 뽑아 (두 자리 수)+(두 자리 수) 문제를 만든다.
 - ④ 합을 구해서 더 큰 합을 만든 사람이 이긴다.
 - ⑤ 합을 구하지 못하면 진다.
- 이 놀이에서 이기려면 어떻게 식을 만들면 좋을까요?
 - 우선 큰 수를 뽑아야 합니다.
 - 큰 수를 십의 자리에, 작은 수를 일의 자리에 놓아야 합니다.
 - 같은 방법으로 차가 가장 작은 (두 자리 수)-(두 자리 수) 놀이를 해 볼까요?
 - (짝과 함께 뺄셈 놀이를 한다.)
 - 이 놀이에서 이기려면 어떻게 식을 만들면 좋을까요?
 - 작은 수는 십의 자리에, 큰 수는 일의 자리에 놓으면 이길 가능성이 클 것 같습니다.
 - 십의 자리 수의 차를 작게 만들면 이길 가능성이 클 것 같습니다.

- 1부터 4까지의 수가 적힌 사면체 주사위가 있다면 주사위를 4번 던져 나온 수를 아래와 같은 놀이판에 적게 하여 덧셈식과 뺄셈식을 만드는 놀이를 할 수도 있다.

$$\begin{array}{r} \square \square \\ + \square \square \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \square \square \\ - \square \square \\ \hline \end{array}$$

★ 전자 저작물의 자료를 활용하세요.

참고 자료

덧셈과 뺄셈은 일상생활에서 가장 많이 활용되는 계산이다. 덧셈과 뺄셈 계산에서 가장 중요한 계산 원리는 받아올림과 받아내림이다. 1학년에서는 한 자리 수의 덧셈, 뺄셈과 받아올림이나 받아내림이 없는 두 자리 수의 범위에서의 덧셈, 뺄셈을 하였다. 이 단원에서 두 자리 수의 받아올림과 받아내림을 처음 학습하게 된다. 학습한 받아올림과 받아내림의 기본 원리는 이후에 학습하게 되는 덧셈과 뺄셈에서도 그대로 적용될 것이다. 따라서 이 단원에서 받아올림과 받아내림의 기본 원리를 학습하는 것은 매우 중요한 의미를 가진다.

받아올림과 받아내림의 기본 원리는 십진법의 원리가 바탕이 된다. 더해서 날개의 수가 10이 되거나 10이 넘으면 묶어 올려 주어 묶음의 수와 날개의 수를 두 자리 수로 표현하고, 뺄셈을 할 때 모자라면 묶음을 풀어 내려 주어서 뺄 다음, 남은 묶음의 수와 날개의 수를 두 자리 수로 표현하는 활동을 충분히 하게 하여 받아올림과 받아내림의 원리를 충실하게 학습할 수 있게 해야 한다.

특히 이 단원의 학습 이전에 학생들은 10 가르기와 모으기를 바탕으로 한 (몇)+(몇)=(십몇), (십몇)-(몇)=(몇)의 내용을 충분히 이해할 수 있어야 한다.